علوم الكمبيوتر



محمود ابراهيم الصغيري



علوم الكمبيوتر

الغلاف : من تصميم اكرم افـدار

علوم الكمبيوتر

انظمة العد في الحضارات القديمة والحاسبات الالكترونية

محمود ابراهيم الصغيري

الفصل الأول

أنظمة العد
في الحضارات القديمة

هدف الدراسة:

تسعى هذه الدراسة إلى وضع صورة واضحة للقضايا الرياضية - التاريخية التالية:

أولاً: تحديد الأثر الرياضي المهم الذي تركه محمد بن موسى الخوارزمي في علوم الرياضيات من خلال التطوير الذي أحدثه في أنظمة العدّ.

ثانياً: إظهار موقع «النظام الخوارزمي» في العدّ، بين أنظمة العد التي عرفها الإنسان منذ التاريخ المدوّن، حتى يتسنّى لنا تصور طبيعة وحجم «الأثر» المذكور.

ولهذا لجأنا إلى استعراض أنظمة العد لدى العرب القدماء - وعلى وجه الخصوص مدنيّات مصر وبابل وتدمر واليمن - ثم مدنيّات الصين والهند واليونان والرومان وبلاد المايا... بالقدر الذي سمحت به المعرفة والإطلاع.

ثالثاً: المساهمة في المناقشات التي مضى على عمرها عقدان من الزمان حول الأصول التاريخية للشكلين الشهيرين:
المشرقي (٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩).
والمغربي (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).
وعلى وجه العموم:

إن الهدف الرئيس من هذه الدراسة هو إظهار «الحقيقة التاريخية العربية» لكلا الشكلين الرقميين.

غير أن من المناسب، ابتداءً، التوقف، وبعناية، عند هذا السؤال المهم: ما هو أقدم نظام عدّ في التاريخ؟

للإجابة على السؤال السابق نشط علماء التاريخ في اتجاهين:

أولهما: فحص ودراسة الوثائق التاريخية، ثم وضع تصنيف مقارن للأنظمة العددية المكتشفة في مختلف المدنيّات الشهيرة.

وثانيهما: استخلاص أنظمة العد لدى القبائل والشعوب التي ما زالت سلالاتها مستمرة حتى العصر الحديث، والتي لم يحدث أن كانت على تماس مع المدنيات المحيطة بها.

فخرج علماء التاريخ من الاتجاه الأول بنتيجة واضحة وهي أن أقدم الوثائق الحسابية المكتشفة وثيقتان أو برديتان مصريتان.

وهما: «بردية جولينشف» في موسكو، و«بردية رايند» في لندن.

وعلى رغم ظهور اختلاف في زمن هاتين الوثيقتين المهمتين إلا أن العلماء قد اتفقوا على أنهما تمثلان عصراً واحداً هو عصر الأسرة الثانية عشرة (٢٠٠٠-١٧٨٨) قبل الميلاد - أو القرن التاسع عشر قبل الميلاد على وجه التقريب.

وأما علماء التاريخ الذين ساروا في الاتجاه الثاني فلقد تعارضت نتائجهم بشكل ملحوظ.

ففي حديثه عن الأقوام البدائية ذكر العلامة جورج سارتون ما نصه:
«إن التقسيم إلى مجموعات أساس العدّ، وكل لغة تكشف عن وجود ما يسمِّيه الرياضيون قاعدة عددية، وهذه في الغالب خمسة - بين كثير من القبائل الأمريكية - وأحياناً عشرين - بين قبائل المايا - ولكنها في الغالب الأعم عشرة. وهذه القواعد أكثر شيوعاً من غيرها»[1].

غير أن العلاّمة سارتون يذكر في الصفحة ٥٨ من كتابه ملاحظة تاريخية مهمة فيقول:

« ومما يدعو إلى العجب اتفاق الشعوب السابقة إلى الحضارة اتفاقاً تلقائياً على استعمال القاعدة العشرية ».

وهنا لا بد من التركيز على ضرورة تصور فهم صحيح للعبارة السابقة، وبالتالي تخطي الفهم التعسفي الذي ربما قاد البعض إلى رأي يقول إن الأقوام التي عاشت في المراحل التاريخية السابقة للتشكلات الحضارية هي التي اتفقت - برغم اتساع المسافات الفاصلة بينها - على استعمال القاعدة العشرية، لأن ذلك يوحي بأن مؤرخي العلم قد اتفقوا على أن النظام العشري هو أقدم نظام عدّ في التاريخ. وهو اتفاق لم يحدث كما نعلم.

ولا تنطبق ملاحظة سارتون - كما نعتقد - إلا على بعض الأقوام البدائية التي لم تكن على تماس مع المدنيات التي حولها.

وبرغم ذلك ما زلنا نواجه سؤالاً تاريخياً مهما يصطدم بالتطور المعرفي للإنسان. وهو:

ألا تعني غلبة القاعدة العشرية لدى هذه الأقوام البدائية « المعاصرة » - أو التي ما تزال سلالاتُها مستمرةً حتى عصرنا - أن « أقوام ما قبل التاريخ » قد استخدمت أيضاً هذه القاعدة دون غيرها من القواعد؟.

سؤال لا تجيب عليه الوثائق التاريخية المكتشفة في العصور الحديثة. وليس بإمكاننا أن نقول فيه كلاماً مترابطاً وذا معنى تاريخياً ومعرفياً معاً.

ولهذا سنقف على أنظمة العدّ المكتشفة لدى الشعوب والأقوام التي أدركت الأنماط الحضارية وتركت خلفها، من الوثائق، ما يدل على معارفها وعلومها.

★ ★ ★ ★

نظام العدّ عند المصريين القدماء:

في القرن التاسع عشر قبل الميلاد كان المصريون القدماء يستخدمون نظام عدّ هيروغليفي بسيط يعتمد بدرجة رئيسية على فكرة « تكرار الرموز الأولية ».

ولهذا فإن التسمية الغالبة على هذا النظام هي «النظام الجمعي الصافي» Purely Additive System وذلك تمييزاً له عن أنظمة أخرى مثل نظام العدّ البابلي، الذي سيأتي ذكره.

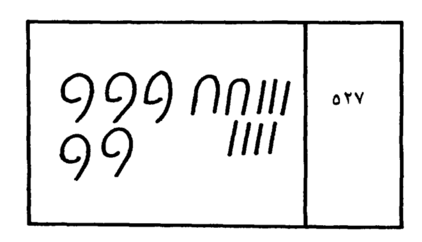
ومن حيث الرموز قام نظام العدّ الهيروغليفي المصري على أربعة رموز رئيسية - كما هو موضح في اللوحة (١). ثم أضيف إليها رموز أخرى خاصة بمراتب العشرة آلاف وما بعدها.

اللوحة (١):

عربي مشرقي	هيروغليفي
١	𓏺
١٠	𓎆
١٠٠	𓍢
١٠٠٠	𓆼

واستناداً إلى الفكرة الأساسية في هذا النظام فإن تمثيل العدد العشري (٥٢٧) يقابله في النظام المصري الهيروغليفي:

اللوحة (٢):



ومن الواضح أن أكبر عيوب هذا النظام هو تضخم الرموز، وعلى وجه خاص حين يراد تمثيل الأعداد الكبيرة.

غير أن المصريين القدماء أفادوا منه في الأغراض التزيينية (decorative purposes).

وأما فكرة المصريين القدماء في الكسور العددية فإنها كما يقول سارتون:

«لسبب غريب كانت الكسور الوحيدة المقبولة لديهم هي الجزء الواحد من عدد ما. فكتبوا مثلاً «جزء من ١٢٥» بمعنى ١/١٢٥، كما أنهم استعملوا كسرين تكميليين هما (٢/٣) و (٣/٤) للتعبير عن الباقي من العدد، بعد أخذ «جزء من الثلاثة» أو «جزء من اربعة».

وكان استعمالهم نادراً للكسر الثاني - ثلاثة أجزاء - أما الأول - جزءان - (بمعنى ثلثين) فكان شائعاً جداً يغلب وروده في النصوص الداخلية»[٢].

ومن المؤكد أن المصريين القدماء اضطروا إلى اختراع رموز رقمية أخرى - غير الأربعة السابقات - نتيجة تطور مفهومهم للعدد على ضوء تغيّرات حياتهم الحضارية القديمة.

لذا أوجدوا رموزاً تمثل «العشرة آلاف» و«المئة ألف» و«المليون» كما تشير بعض المصادر[٣].

«وفي اللوحة الثالثة استخدام لرمز العشرة آلاف».

اللوحة (٣)

١٢٣٤٥	

ومن الأدلة على تعاملهم مع الأرقام الكبيرة وجود «صولجان ملكي بمتحف الأشموليان بأكسفورد يرجع تاريخه إلى عهد الملك نارمر قبل الأسرة الأولى - (أي قبل عام ٣٤٠٠ ق.م.)- يسجل الاستيلاء على ١٢٠ ألف أسير و٤٠٠ ألف ثور و١,٤٢٢,٠٠٠ من الماعز. وهذه لا شك أعداد كبيرة منقوشة بطريقة قريبة إلى حد ما من طريقة الأعداد الرومانية لوجود رموز (حتى المليون) لأرقام عشرية يمكن تكرارها عدة مرات حسب العدد المطلوب»[٤].

وتلزم الإشارة هنا إلى التطور الذي طرأ على نظام العد المصري في المرحلتين: الهيروغليفية (hieroglyphic) والهيراتيكية (hieratic). ففي المرحلة الأولى كان الرقم أربعة ممثَّلاً بأربعة أعمدة دقيقة وأما في المرحلة الأخرى اللاحقة فقد اقتصر[٥] على خط أفقي فقط (horizontal bar). بل إن المصريين ذهبوا أكثر من ذلك في المرحلة الهيراتيكية فاستحدثوا رموزاً جديدة لأرقام غير مركبة مثل السبعة التي أوجدوا لها العلامة (?).

«وبإمكان القارىء أن يميز بين المرحلتين على ضوء اختلاف تمثيل العدد ٢٨، كما هو واضح في اللوحة (٤)».

اللوحة (٤)

عدد / عربي	هيروغليفي	هيراتيكي
٢٨	∩∩ IIII IIII	= ⊼

وانسحب هذا التطور على تمثيل الكسور أيضاً، كما يظهر في اللوحة (٥).
وهو التمثيل الذي ظهر في بردية أحمس (أو أحمسو)(٦): (Ahmes Papyrus).

اللوحة (٥)

عربي	هيروغليفي	هيراتيكي
١/٨	[illegible]	[illegible]
١/٢٠	[illegible]	[illegible]

ومن الواضح في اللوحة الخامسة أنهم تعاملوا مع الكسور كما نتعامل في أيام الناس هذه مع مقلوب العدد (reciprocal).

ولكن. هل كان لهم نظام عددي؟

يستفاد من العرض السابق أن المصريين القدماء لم يكوّنوا نظاماً عددياً متجانساً.

وإذا كانوا قد اضطروا إلى وضع رموز أو علامات جميلة أفادوا منها في التعبير عن أغراضهم العملية إلا أن نظامهم ظل محدوداً ومتعباً معاً.

ومن الناحية التاريخية يصاب الباحث بالدهشة حين يبدأ بالمقارنة بين هذا القصور الصارخ في نظام العد المصري - في مرحلتيه المذكورتين - وبين تلك المسائل العظيمة التي سجلها (أحمسو) في برديته الشهيرة.

ولنتأمل قليلاً في نصوص هذه المسائل العويصة التي منها:

« قسّم مئة رغيف على خمسة رجال بحيث تخضع القسمة للمتوالية الحسابية

التالية: سبع مجموع الحصص الثلاث العالية تساوي مجموع أصغر حصتين »[٧].

وعلى الرغم من أن (أحمسو) قد ترك حلها لنا مشيراً إلى معرفة معاصريه بطريقة « الخطأ » الشهيرة إلا أن محاولتنا فيها تكشف ضرورة تحلينا ومعرفتنا بالطرق الحسابية العالية.

وعدا هذه المسألة هناك عشرات المسائل العويصة فعلاً في حقلي الحساب والهندسة.

نظام العدّ البابلي:

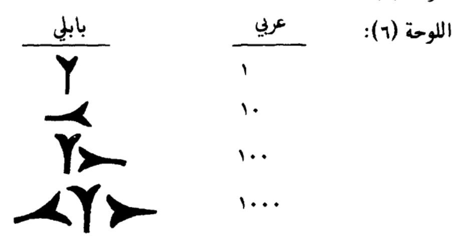
تداخلت فكرتان أساسيتان في نظام العد البابلي، وهما:

أولاً: فكرة الجمع الصافي، كما وجدنا ذلك في نظام العد المصري.

ثانياً: فكرة عملية الضرب (Multiplying Procedure).

ولقد فرضت حاجتهم إلى تمثيل الأعداد الكبيرة الإستعانة بالفكرة الثانية، خاصة وأنهم كانوا يكتبون على ألواح الطين، التي تشترط ما يمكن تسميته بالإقتصاد الكتابي. بينما وجد المصريون، في أوراق البردى، مجالاً مرناً يتسع لتمثيل أي رقم مهما كان كبيراً. بل إن توفر أوراق البردى في مصر القديمة ساعد إلى حد كبير، على سهولة التعبير الحسابي، الأمر الذي حافظ، عبر التاريخ، على بقاء مسائل رياضية ذات أهمية بالغة.

وأما الرموز الرئيسية التي استخدمها البابليون فهي أربعة كما هو موضح في اللوحة (٦).



ويتم تمثيل الرقم العربي المشرقي (٢٤٣) في النظام البابلي بالطريقة المبينة في اللوحة (٧).

اللوحة (٧):



٢٤٣

ومن يتأمل في التكرار الذي يظهر في التمثيل البابلي للرقم العشري المذكور يلاحظ أنه يعتمد على فكرة الجمع أو « التكرار الصافي ».

غير أن البابليين في تمثيلهم للألف قد لجأوا إلى « الفكرة الثانية » بعد دمجها بالفكرة « الأولى »، فالألف لديهم هو عبارة عن مئة مضروبة بعشرة (كما يستنتج من اللوحة ٦).

والقاعدة الرئيسية التي تميز بين أن يكون رمز الرقم مضروباً أو مضافاً هي من البساطة بحيث يسهل علينا تذكرها دائماً.

القاعدة: إذا كان رمز الرقم أقل من رمز الرقم الذي يليه إلى جهة اليمين، فإن الرقمين مضروبان في بعضهما.

أما إذا كان العكس، أي إذا كان الرقم الذي إلى اليسار أكبر من الرقم الذي يليه مباشرة إلى اليمين فإن الرقمين مضافان إلى بعضهما فقط.

ومن باب الموازنة بين النظامين المصري والبابلي نجد أنهما اتفقا على تمثيل الأرقام من الواحد حتى (٥٩)[٨]. وكان كل رقم ممثَّلاً بقيمته أو دالاً عليها. نجد أن النظامين يبدآن بالتباعد مباشرة بعد الرقم ٥٩، ويعود ذلك إلى أن النظام البابلي حمّل الوحدة الحسابية في نظامه معنيين فأصبح رمز الواحد لديه هو نفس رمز الستين ومن هنا نشأ الأشكال الحسابي في نظام العد البابلي. وعلى رغم هذه الأشكالية في هذا النظام إلا أنه كان أكثر تقدماً من النظام المصري كما سنرى في تحليله.

فبينما كان الرمز المصري (في مرحلتيه المختلفتين) لا يدل إلا على قيمة واحدة، نجد الرمز البابلي الواحد تابعاً لموضعه. فإذا نظرنا إلى اللوحة (٨) التي

اللوحة (٨):



تمثيل بابلي (أو سومري)
للعدد ستة.

يظهر فيها تمثيل العدد ستة، ثم وضعنا تركيزنا على اللوحة (٩) فإننا نجد قيمة

اللوحة (٩):



$$٧٣٢٢ = ٢\,(٦٠)^{٠} + ٢\,(٦٠)^{١} + ٢\,(٦٠)^{٢}$$

جديدة مختلفة عن تلك التي تعبر عنها اللوحة (٨)، على الرغم من استخدامنا لذات الرمز أولاً ولكمية استخدامه ثانياً. والميزة الجديدة التي فاضلت بين القيمة في اللوحتين هي « الفاصل » الواضح بين كل زوجين من الأزواج الثلاثة. فالفصل بين الزوجين يعني أن المجموعة الأولى تعين وحدتين وقيمتها ذات بعد واحد أي أن كل رمز يساوي الواحد فقط. وأما المجموعة الثانية إلى اليسار فتعني ضعف الأساس البابلي (وهو الستين)، ثم المجموعة الثالثة إلى أقصى اليسار وتعني « ضعف مربع » الأساس البابلي.

ولكن أين تكمن الخطورة في هذا النظام؟

★★ ولنصغ السؤال بصيغة أخرى: كيف يمكننا أن نميز بين تمثيلهم للعدد (١٢٢) والعدد (٧٢٠٢)؟ - انظر اللوحة (١٠).

اللوحة (١٠):



١ - ١٢٢ = ٢ (٦٠)$^{\therefore}$ + ٢ (٦٠)

٢ - ٧٢٠٢ = ٢ (٦٠)$^{\therefore}$ + ٢ (٦٠)^{٢}

إن المشكلة هنا تكمن في أنهم - في الطور الأول - قد دللوا على وجود الأساس الستيني لنظامهم من خلال «الفاصل» بين الرمز، ولهذا السبب أصبح الفاصل - أو الفراغ أيضاً - متضمناً لقيمتين هما: الأساس الستيني، والفراغ في إحدى الخانات. ويقول بعض مؤرخي[٩] الرياضيات إنه مع عهد غزو الإسكندر الأكبر المتوفّى ٣٢٣ ق.م ظهرت دلالة جديدة لكي تخدم التمييز بين الفاصل و«فراغ الخانة الغائبة»، أو بين ما يدل على وجود أساس ستيني وما يدل على «رقم فارغ من القيمة». وهذه الدلالة الجديدة متضمنة في الإمالة التي أُحدثت في المحاور الشاقولية لزوج من رموز الأرقام البابلية تعبيراً عن قيمة فارغة أو خانة ينبغي القفز عليها باتجاه اليسار. فبإمالة بسيطة لرمز العدد الأول لدى البابليين أصبح للرقم «الفارغ من القيمة» مميزة واضحة. وتبين اللوحة (١١)

اللوحة (١١):



٢ (٦٠)$^{\therefore}$ + ∴ (٦٠) + ٢ (٦٠)^{٢}

كيف تم تمثيل العدد (١٢٢) وبالتالي تمييزه عن العدد (٧٢٠٢). وتتضح فضيلة الدلالة الجديدة أكثر إذا نظرنا إلى اللوحة (١٢). فالعدد المعبر عنه لا بد أن يبعث على الغموض والإلتباس. وهكذا نجد أن تكرار رمز واحد لأربع مرات فقط يكفي لأن يثير في الذهن احتمالات عديدة من القيم.

اللوحة (١٢):



ولو لم يكن البابليون متمتعين بفراسة رياضية عالية لضاعت أمام أعينهم مبادىء أولية في الحساب.

وبهذا السياق نجد أن نظام العد البابلي كان نظاماً أكثر تعقيداً من النظام المصري القديم - وفي مرحلتيه المختلفتين. غير أن الوثائق التاريخية تشير إلى أن النظام البابلي لم يكن إلاّ تبسيطاً كبيراً لنظام العد السومري. والمصادر كافة تؤكد على أن البابليين قد استمدوا ثقافتهم ومعارفهم الأولية من المدنيّة السومرية التي سبقتهم في نفس المنطقة من جنوب العراق.

يقول سارتون[١٠]:

«وابتدأ نظام العد السومري خليطاً عجيباً من الطريقتين العشرية والستينية، والذي يبدو أن الرياضيين الأولين بينهم ابتدأوا بالأساس العشري، ثم أدركوا بعد قليل أن الأساس الستيني أصلح وأحسن. وهذا التعبير الفكري الذي كان لا بد مقصوداً هو في ذاته يدعو إلى الالتفات، لأن الطريقة الستينية ليست محضة خالصة، إذ يحصل التتابع العددي فيها باستعمال العاملين (١٠، ٦٠) استعمالاً متناوباً».

اليونان:

أجمل سارتون رأي العلماء في نظام العد اليوناني فقال:

« مهما تكن طريقة الحساب فإن الأرقام اليونانية تثبت أن أساس العد ولوحة العد كانا عشريين ».

وكان سارتون قبل هذه العبارة قد أكد على أن أقدم أعداد مكتوبة هي التي نجدها في كتابة هاليكارناسيه من عام (٤٥٠)ق.م.[١١].

غير أنه لم يتبسط في التمييز[١٢] بين المرحلتين اللتين مرّ بهما نظام العد اليوناني قبل ٢٥٠٠ سنة وهما:

أولاً: (Attic (or Herodianic) notation).

التدوين الرمزي الآتيكي (وهو الإغريقي الأثيني).

ثانياً: النظام الأيوني (Ionian (Alphabetic) System).

وكلاهما اخترع لتمثيل الأرقام الصحيحة على قاعدة المقياس العشري: (Ten-Scale).

أولاً: التدوين الأتيكي (الأثيني):

تم في هذا التدوين التعبير عن الأعداد الأربعة الأولى بتكرار علامة خطية شاقولية: (Vertical strokes) واتخذ للخمسة رمزاً انتزع من الحرف الأول لكلمة خمسة اليونانية القديمة (Pente) Π أو (Γ).

ثم ظهرت فكرة التكرار الصافي بين الخمسة والعشرة (كما يلاحظ من اللوحة ١٤) وأما العشرة فرمز لها بحرف: (Δ) (deka). والمئة (H) (hekaton) والألف (KHILIONI) والعشرة آلاف (M) (Myrioi).

(تقول بعض الوثائق إن الأغارقة لجأوا إلى دمج هذه الرموز المبتكرة برمز الخمسة للدلالة على اختصار حجم التدوين الحسابي - (انظر اللوحة ١٥) ثم (اللوحة ١٦) لمراقبة أثر هذا الدمج على التدوين الجديد. وهو تدوين ظهر في أزمان مختلفة بدءاً من عام (٤٥٤) حتى عام (٩٥) قبل الميلاد[١٤].

اللوحة (١٤):

عربي	إغريقي
١	|
٢	||
٣	|||
٤	||||
٥	Γ
٦	Γ|
٧	Γ||
٨	Γ|||
٩	Γ||||
١٠	Δ
١٠٠	H
١٠٠٠	X
١٠,٠٠٠	M

اللوحة (١٥):

𐅄 ≡ ١٠ × ٥

𐅅 ≡ ١٠٠ × ٥

𐅆 ≡ ١٠٠٠ × ٥

𐅇 ≡ ١٠٠٠٠ × ٥

اللوحة (١٦):

MMMM 𐅆 𐅅 H 𐅄 ΔΔ Γ|||

تكافىء ≡ ٤٥٦٧٨

٨ + ٢٠ + ٥٠ + ١٠٠ + ٥٠٠ + ٥٠٠٠ + ٤٠٠٠٠

غير أنه في أوائل العهد الإسكندري (أو حوالي زمن بطليموس الفيلاديلفي (Ptolemy of philadelphus). طرأ تغير على النظام السابق وحل مكانه نظام عددي يدعى بالنظام الأيوني، وهو نظام تم فيه اصطلاح الحروف كرموز للأرقام. ولا نعلم بالتحديد متى بدأ الاشتغال به. فهذا كارل بوير يقول[١٥]:

«استخدم النظام الأيوني حوالي أوائل القرن الخامس قبل الميلاد». ثم يذكر بعد عبارة واحدة «وربما في أوائل القرن الثامن قبل الميلاد».

وتعليل هذا الاضطراب في تحديد زمن ظهور هذا النظام يبدأ من اكتشاف الغربيين أصولاً عربية كنعانية لهذا النظام اليوناني[١٦].

ولهذا وجدناهم يتخبطون بل ويتفننون في إضاعة هذا الاكتشاف حتى لا تلوح علوم الحساب في الجزر اليونانية عارية من أي أصل يوناني حقيقي. وليس هناك من سبب واحد يدعو بعض المؤرخين إلى القول - ومنهم بوير - بأن «النظام العددي الأبجدي الذي كان معروفاً ومستخدماً عند الشعوب السامية ربما كان مأخوذاً عن الأغارقة»[١٧] بل على العكس إن شيوع ما عرف بحساب «الجُمّل» لدى العرب في العصر الوسيط لم يكن إلاّ تكريساً لتقليد عربي عرف في المنطقة منذ عصور قديمة جداً في الشمال (عند الكنعانيين) والجنوب (عند اليمنيين) كما سنوضح.

المرحلة الأيونية:

بلغ عدد الحروف الأغريقية الكلاسيكية أربعة وعشرين حرفاً ولا بد أن الأغارقة لاحظوا منذ القرن الرابع قبل الميلاد أن هذا العدد من الحروف لا يشكل منظومة متكاملة لنظامهم العددي. لذا عادوا إلى ثلاثة حروف أغريقية مهجورة، لم تكن مستعملة وأدخلوها بعناية في منظومة الحروف الرقمية بغرض إنشاء نظام عددي متماسك. وهكذا بلغت تشكيلة الأرقام لديهم سبعة وعشرين رمزاً تمَّ تصنيفها في ثلاث مجموعات (كل مجموعة تألفت من تسعة أرقام). وضمت[١٨] المجموعة الأولى الأعداد من (١ إلى ٩) وسميت مجموعة الوحدات.

وضمت المجموعة الثانية من (١٠-٩٠): وهي مجموعة العشرات. وضمت الثالثة: من (١٠٠-٩٠٠) (مجموعة المئات) «مع وضع علامة على يمين كل حرف».

ووزعت الحروف الأغريقية(*) التي كانت مهجورة قبل ظهور هذا النظام الأيوني على المجموعات الثلاث بالتساوي بحيث نالت كل مجموعة حرفاً أغريقياً قديماً وهي:

الديجاما (Vau or digama) أو ستجما (stigma) وترمز للعدد ستة: (F)

والكوبا (KOPPA) وترمز للعدد (٩٠) (ϟ) (KOPH, OPH, KOPPA)

والسامبي (Sampi) وترمز للعدد (٩٠٠): (ϡ).

ثم استعملت الحروف العشرة الأولى (بما فيها حرف الاستجما) للدلالة على الآلاف - من ألف إلى عشرة آلاف - مع وضع علامة في هذه الحالة على شمال الحرف تحت السطر(١٩).

ونتيجة لهذا فإن أي رقم أقل من عشرة آلاف كان تمثيله لا يتجاوز استخدام أربعة حروف. (انظر اللوحتين (١٧) و(١٨))..

غير أن اللوحة (١٨) تختلف قليلاً. ففي اللوحة (١٧) استخدمت علامة أو إشارة خطية إلى شمال الحرف للدلالة على أنه من مرتبة (ما بعد الألف) على الرغم من أن هذه العلامة استخدمت أيضاً في اللوحة (١٨)، إلا أن المثال الأخير قد تضمن استخداماً لنقطة لها أهمية بالغة في هذا النظام. وتدل هذه النقطة على أن الرقم الذي إلى يسارها هو في مرتبة ما بعد العشرة آلاف.

(*) ترى الموسوعة البريطانية أن هذه الحروف الثلاثة المضافة لم تكن إغريقية بل فينيقية (أي عربية كنعانية). انظر المجلد ١٦، الصفحة ٧٥٩. وفي الصفحة ٧٥٨ من المجلد المذكور تقول إن النظام الأيوني ابتدأ في أوائل القرن الثالث قبل الميلاد.

اللوحة (١٧):

$$'\eta\omega\pi\eta \overset{\text{أو}}{\equiv} \eta\omega\pi\eta$$

= ٨٨٨٨ =

اللوحة (١٨):

$$_{M}'\eta\omega\pi\eta.\eta\omega\pi\eta$$

$$\equiv \Lambda\Lambda\Lambda\Lambda\ \Lambda\Lambda\Lambda\Lambda \equiv$$

= ٨٨٨٨٨٨٨٨ =

ويظهر أنّ اليونانيين المتأخرين[٢٠] استخدموا علامة شاقولية إلى يسار الأرقام التسعة الأولى، كما هو واضح في اللوحة (١٩) للدلالة على أن الرقم ألفيّ كما أنهم استخدموا خطاً أفقياً للإعلان عن أن الحروف المستخدمة هي عبارة عن أعداد.

اللوحة (١٩):

۱Γ	٧٠٠٠
۱Z	٣٠٠٠

$$٤٦٢٧ \equiv \underline{I\Delta XKZ}$$

وهنا نلاحظ أن اليونان لم يتعرفوا نهائياً إلى الصفر. فضلاً عن كون تمثيلهم مزعجاً للمشتغلين ببعض علوم الحساب. كنظرية العدد. فلا يكاد المرء يفرّق في هذا النظام بين العدد الزوجي والفردي.

* * *

نظام العدّ الروماني:

يرى بعض مؤرخي الرياضيات[٢١] أن هناك احتمالاً في أن يكون الرومان قد اشتقوا نظام عدّهم في الترقيم من (Etruscans) الاثروسكانس - سكان إيطاليا القدماء. وكما وجدنا لدى اليونان استخدمت الحروف للأعداد على النحو التالي:

اللوحة (٢٠):

للخمسة ← V		للواحد ← I	
للخمسين ← L		للعشرة ← X	
للخمسمئة ← D		للمئة ← C	
		للألف ← M	

ومن الحرف الممثل للواحد اتبعت طريقة التكرار للتعبير عن الأرقام بين الواحد والثلاثة. أما الأربعة فلقد استخدم للتعبير عنها «حرف» الواحد إلى يسار «حرف الخمسة» وهذا يعني أن الرومان طبقوا المبدأ التنازلي أو الطريقة الطرحية.

وينص المبدأ على ما يلي:

حين يسبق حرف يرمز إلى رقم هو من حيث الدلالة الرقمية أقل من الحرف الرقمي الذي يليه إلى اليمين فإن الرقم الأيسر يطرح من الأيمن.

وعليه فإن الفرق بين الرقمين (LX) و(XL) هو ما يلي:

(1) LX ______ 60

(2) XL ______ 40

لأن (L) في الحالة الأولى أكبر من (X) ومجموع (L) و(X)=(٦٠). بينما في الحالة

الثانية (X) تسبق (L) وهي من حيث الدلالة الرقمية أقل من (L). لذا تطرح (X) من (L). أي كأننا نقول في الحالة الثانية: (٥٠-١٠=٤٠).

ولا شك أن الأرقام الرومانية جميلة غير أن التعقيد والعقم في الفكر العددي الروماني يظهران في اللوحة (٢١):

اللوحة (٢١):

مكافىء ١٨٨٨ :

:١٨٨٨

MDCCCLXXXVIII

MDCCCLXXXVIII

نظام العد عند المايا:

طوّر شعب المايا في القرون الأولى الميلادية[٢٢] نظام عدّ مدهش يرى بعضهم أنه يعود إلى القرن الميلادي الأول[٢٣]. وهو نظام عدّ يعتمد على القاعدة العشرينية (Base-Twenty System). ولقد لاحظ بعض الدارسين[٢٤] أن هذه القاعدة ما زالت تكشف عن تأثيرها في بعض اللغات وخاصة اللغة الفرنسية.

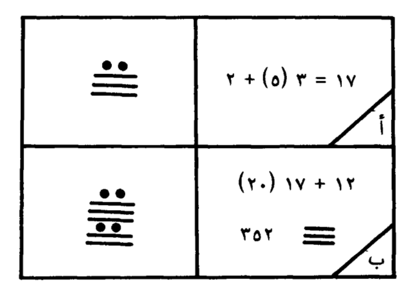
ولم يكن رياضيو شعب المايا[٢٥] أو واضعو جداولها الزمنية يستخدمون القاعدة العشرينية استخداماً خالصاً، فكثيراً ما مزجوها مع القاعدة الخماسية (كما كانت عادة البابليين حين خلطوا بين القاعدة الستينية والعشرية بالتتابع). ويتم التعبير عن الواحدات في النظام المايوي بالنقاط: (بين الواحد والأربعة).

وأما الخمسة فلقد تم التعبير عنها بشرطة أفقية. وهكذا يظهر الرقم (١٧) في نظامهم على النحو التحليلي الموضح في اللوحة (٢٢).

اللوحة (٢٢):

★ تحليل (ب) خماسياً:

٢٠ × [٢ + (٥) ٣] + [٢ + (٥) ٢]

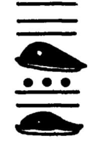


وأما هذا الشكل الممتع المرسوم في اللوحة (٢٣-أ):

اللوحة (٢٣-أ):

ملاحظة:

تم قراءة العدد المايوي من الأسفل إلى الأعلى.



فإن فيه أسراراً رياضية جميلة تمكن العلماء من كشفها. وهذه العين - نصف المفتوحة - ليست غير شكل أو رمز للدلالة على « الخانة الفارغة » أو المفقودة، أي هي مقدمة مهمة لمفهوم الصفر. ولكن هل كان نظام الماياويين صافياً في استخدامه للقاعدتين العشرينية والخماسية؟ لقد لوحظ أننا نستطيع أن نقول بالإيجاب في حدود الخانات الثلاث الأولى فقط فالرقم المايوي السابق يعني بلغتنا ما هو مبين تحليلياً في اللوحة (٢٣-ب):

اللوحة (٢٣-ب):

٠٠ + ١٣ (٢٠) + ٠٠ (٢٠×١٨) + ١٧ (٢٠×١٨×٢٠)

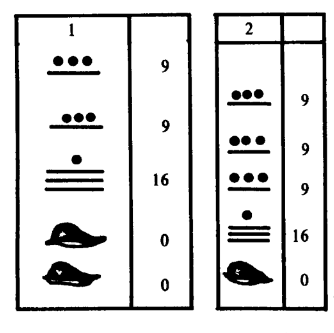
الجواب:

١٢٢٦٦٠

ويظهر التحليل الموضح في اللوحة (٢٣-ب) أن القاعدة العشرينية وحدها تتحول بعد الخانة الثالثة إلى قاعدة عشرينية « هندسية ». أو هكذا ظهر لي.

ولو حاولنا تحليل أعمدة الوثيقة العددية المايوية لوجدنا تحليل عمودين مثلاً، كما هو موضح في اللوحة (٢٤):

اللوحة (٢٤):



$(1)\ 0+0\ (20)\ +16\ (20\times18)$

$+9\ (18\times20^2)\ +9\ (18\times20^3)$

$= 1,366,560$

$(2)\ 0+16\ (20)\ +9\ (20\times18)$

$+9\ (20^2\times18)\ +9\ (18\times20^3)$

$= 1,364,360$

وتدل هذه الأمثلة على أن الماياويين كانوا يستخدمون أساسين مترافقين معاً بدءاً من الخانة الثالثة وهما: العشرين والثمانية عشر.

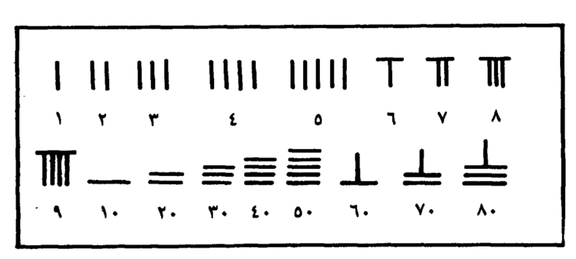
* * * *

نظام العدّ الصيني:

بإمكاننا أن نميز بين مرحلتين في تاريخ نظام العد الصيني وهما مرحلة ما قبل الصفر وأخرى بعده. وتذكر بعض المصادر(٢٦) أن النصوص التاريخية التي تعود إلى ما قبل العام ٣٠٠ الميلادي كانت فيها الأرقام وجداول عمليات الضرب مكتوبة بالكلمات. وما بين القرنين الرابع والثامن الميلاديين استخدمت رموز خاصة بالأرقام، إلا أن الصينيين قد تركوا «الخانة» التي ينبغي أن تنزل فيها إشارة الصفر خالية تماماً(٢٧).

ويعني هذا الكلام من زاوية أخرى أنهم تعاملوا مع نظام الخانات العددي - وهو نظام أبرز ما فيه يتلخص في أن الرقم يأخذ قيماً مختلفة حسب الخانة التي يحتلها في العدد الكلي المكتوب(٢٨). ولم يظهر لديهم تعبير عن «الخانة الفارغة» أو الصفر قبل عام ١٢٤٧ م(٣٠) - وهو عبارة عن دائرة صغيرة كما وجدناها عند الهنود. وهناك احتمال كبير أن تكون قد انتقلت بالإتصال بين الهند والصين - (راجع التعليق(٢٩) على اللوحة (٢٥)).

اللوحة (٢٥):



وكان الصينيون - قبل تبني رمز الصفر - يقعون في ارتباك عددي ملحوظ كما نجده في اللوحة (٢٦).

اللوحة (٢٦)

يعني العدد ‖ أحد احتمالين:

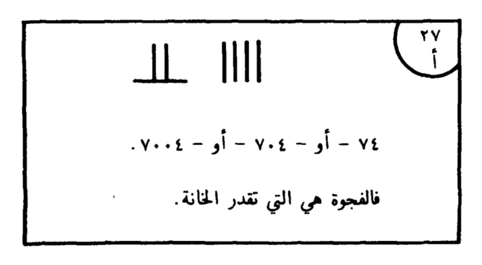
١ - اثنين

٢ - مئتين...

حسب تقدير العين للفراغ.

أما العدد الموضح في اللوحة (٢٧) فلا يمكن إدراك معناه العددي إذا لم نكن مدرّبين على قياس الفراغ بين الجانبين الأيمن والأيسر. فقد يعني أي قيمة من القيم الثلاث الموضحة في اللوحة (٢٧).

اللوحة (٢٧):
(أ-ب)



ومع أننا لا نعلم كثيراً عن تاريخ نشوء (Rod Numerals) (العيدان الرقمية)

إلا أن الملاحظ هو أن الصين قد استيقظت بعد القرن الثامن الميلادي فتبلورت عوامل نهضتها السياسية والثقافية بظهور علماء كبار في نهاية القرن الثاني عشر وأوائل الثالث عشر الميلادي من أمثال:

لي يه أو لي تشيه (Li Yeh or Li Chih): (١١٩٢-١٢٧٩)م.

وتشن تشيف شاو (chin chiv-shao) حوالي (١٢٠٢-١٢٦١)م.

ويانغ هيو (Yang Hui) حوالي (١٢٦١-١٢٧٥)م..

وهكذا نجد أن معلوماتنا عن الصين (على الأقل الكاتب) هي أن نظامهم العددي لم يكن أحسن حالاً من النظام الروماني مثلاً. ومن المفيد هنا الإشارة إلى أن تأخر ظهور «الصفر» في الوثائق الحسابية الصينية حتى نهاية النصف الثاني من القرن الثالث عشر الميلادي ليضع أمامنا سؤالاً تاريخياً صعباً وهو: كيف نفسر ظهور الصفر عند العرب قبل الصين بعدة قرون، على الرغم من اعتراف المؤرخين بدوام التأثيرات الثقافية المتبادلة بين الصين والهند قبل عام ١٢٤٧م. بقرون طويلة؟.

٢٧ ب
★ في عملٍ يعود إلى العام ١٢٤٧م ظهر العدد ١,٤٠٥,٥٣٦ ممثلاً صينياً باستخدام الصِّفْر:
।≡০≣‖‖≡⊤
★★ في القرن الرابع عشر الميلادي تم تبديل التمثيل الرأسي بالأفقي.

تعليق: التمثيل الرأسي هو ذلك الموضح في اللوحة (٢٥)، ص٢٤، أما الأفقي فهو إحلال الخط الأفقي محل رمز الواحد، وهكذا - انظر: Boyer: 220.

نظام العد اليمني:

على الرغم من افتقارنا إلى معرفة الأسس العلمية التي قامت عليها حضارة العرب في جنوب شبه الجزيرة العربية بالمقارنة مع غزارة المادة العلمية التطبيقية والنظرية التي أصبحت معروفة عن مدنيّات سومر وبابل ومصر القديمة، إلا أن حجم المعلومات المتوفرة عن نظام العد اليمني يكفي لإضاءة الغرض التاريخي الإجمالي الذي تحاول هذه الدراسة أن تبلغه.

ومن الوجهة التاريخية لا نكاد نعرف شيئاً عن بدايات استخدام «الرموز العددية اليمنية».

ولا يفوتنا هنا أن ننقل ملاحظة أبداها لنا عالم اليمنيات اللغوية والشعبية أستاذنا الشاعر مطهر بن علي الأرياني.

فلقد تبين له بالعمل الاستقرائي المستمر في نقوش خط المسند أن الأرقام اليمنية لا تَرِدُ في الأغلب إلاّ في الكتابات المَعِيْنِيَّة.

ولأهمية هذه الملاحظة ينبغي الإشارة إلى النقطتين التاليتين:

أولاً: تُعد الدولة المعينية - على رأي عدد غير قليل من العلماء - من «أقدم الدول العربية التي بلغنا خبرها»[٣١].

ومن الناحية التاريخية عاشت هذه الدولة وازدهرت بين (١٣٠٠-٦٣٠) ق.م. تقريباً.

ثانياً: امتد نفوذ هذه الدولة ثقافياً وتجارياً - وربما سياسياً أيضاً - إلى ما بعد أعالي الحجاز شمالاً.

ولقد عثر المنقبون على كتابات معينية مهمة في أماكن مختلفة منها: مصر.. واليونان (في جزيرة ديلوس تحديداً)[٣٢].

«وكان المعينيون يتاجرون في القرن الثالث أو الثاني قبل الميلاد بتجهيز معابد مصر بالبخور»[٣٣]، بل ويذكر العلامة جواد علي أن هناك رأياً قوياً بين

العلماء يذهب إلى أن « دولة معين كانت تحكم من معين كلَّ ما يقال له الحجاز في عرف هذا اليوم إلى فلسطين. وأن هذه الأرضين كانت خاضعة لها إذ ذاك »[٣٤].

ولكننا من باب الحرص على تأمين أكبر قدر من الأفكار التاريخية المستقرة لا ينبغي تأسيس استنتاجات على مثل هذا النفوذ السياسي المفترض. ويكفي من وجهة نظر تاريخية التحقق من وجود الأعمال التجارية خارج حدود الدولة المعينية للاستدلال على وجود تأثيرات ثقافية متبادلة بين الشمال والجنوب، ولو في أضيق حدودها.

ويبدو لنا أن أولى الملاحظات الثقافية التي يمكن أن تثيرها الأعمال الحسابية ذات الصبغة التجارية تكمن في الأشكال الحسابية أولاً.. وطرق الاشتغال بها ثانياً.

ومعنى ذلك أن نظام العد اليمني الذي يرتد إلى الألف الأولى قبل الميلاد كان مستخدماً وشائعاً في تلك الأعمال.

ومن هنا لا نستبعد انتقال « الأسس العامة » لنظام العد اليمني إلى خارج اليمن، فترك بصمات تأثيره في حساب الجُمَّل العربي الشمالي ومصطلحاته من جهة، وفي « وحدة الرمز » اليونانية من جهة أخرى.

خاصة وأن نظام العد اليوناني لم يكن ناضجاً - وربما لم يكن مؤسساً أيضاً - قبل القرن الخامس قبل الميلاد.

إن المرء لا يستطيع أن يؤكد على هذه الحقيقة التاريخية.. ولكنه لا يستطيع أن ينفي إمكانية وجودها.

الرموز الأساسية:

يتألف نظام العد اليمني من خمسة رموز أساسية (أو مكونات)، وهي موضحة في اللوحة (٢٨).

اللوحة (٢٨):

رقم جنوبي عربي يمني	الرقم - كتابياً	
I	أحد	١
(رمز)	خمست	٥
O	عشرت	١٠
Σ	مئت	١٠٠
(رمز)	ألف	١٠٠٠

وتبين اللوحة السابقة بوضوح أن مصطلحات النظام العددي العربي الشمالي ترتد كلها إلى هذا النظام المعيني، وهي مصطلحات ما زلنا حتى يوم الناس هذا نستخدمها.

ودليل ذلك قول العرب الجنوبيين والشماليين معاً:

(أحد = للواحـد، ثنى = للإثنين، ثلاثت = للثلاثة، أربعت = للأربعة، خمست = للخمسة... وعشرت = للعشرة، ومئت = للمئة، وألف = للألف).

وبالإضافة إلى ذلك تثير «الوحدة الرمزية» المعينية قضية تاريخية تتعلق بتقاربها مع «الوحدة الرمزية» عند اليونان والعرب التدمريين بها.

فلقد وجدنا أن مدنيّات سومر وبابل ومصر القديمة قد استندت إلى ما يمكن تسميته بالوحدة العشرية، فاخترعت رموزاً خاصة بالواحد والعشرة والمئة والألف...

ولكننا نجد النظامين المعيني واليوناني - في مرحلتيه المختلفتين - يستندان إلى وحدة رمزية خماسية، أي أنهما اخترعا رموزاً متشابهة خاصة بالواحد والخمسة والعشرة والمئة والألف.

وانفرد النظام المعيني باشتقاق رمز للعدد «خمسين» باعتباره «نصف المئة» كما يتضح من اللوحة (٢٩) - السطر ١٩.

اللوحة (٢٩):

السطر		
١٥	١٦٠٠٠	=
١٦	٣١٠٠٠	=
١٧	٤٠٠٠٠	=
١٨	٤٥٠٠٠	=
١٩	٦٣٠٠٠	=
٢٠	١٥٠٠٠٠	=
٢١	٢٠٠٠٠٠	=

في الأصل = ٥٠ انظر اللوحة (٣٠)

وكلا المعيني واليوناني استخدم فكرة التكرار الصافي في الوصول من الواحد إلى الأربعة، أو من المئة إلى التسعمئة - اللوحة (٣٠).

اللوحة (٣٠):

= ١	= ٨	= ١٦	= ٥٠	بمقارنة اللوحتين
= ٢	= ٩	= ١٧	= ٦٠	(٢٩) (٣٠) يظهر:
= ٣	= ١٠	= ١٨		ازدواج الرموز:
= ٤	= ١١	= ١٩	= ١٠٠	
= ٥	= ١٢	= ٢٠		
= ٦	= ١٣			= ١٠، ١٠,٠٠٠
= ٧	= ١٤	= ٣٠	= ١٠٠٠	= ١٠٠، ١٠٠,٠٠٠
	= ١٥	= ٤٠	= ٢٠٠٠	= ٥٠، ٥٠,٠٠٠

ولكن المنطلق الكتابي للنظامين متعاكس تماماً. فالكتابة اليونانية - وكذا استخدام فكرة التكرار أو الجمع الصافي - تسير من اليسار إلى اليمين. وعلى العكس تماماً تم تطبيق الطريقة المعينية.

ويبدو قريباً من النظام المعيني النظام التدمري[٣٥] الذي كان معروفاً في القرن الخامس قبل الميلاد، كما يتضح من اللوحة (٣١).

اللوحة (٣١):

أ ب ج د هـ و ز ح ط ي ك ل م ن س ع ف ص ق ر ش ت

والأرقام :

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ١٠ ٢٠ ١٠٠

والأخيرة مثل ١٠ ولكن تعرف من مكانها .

والآن لنعد قليلاً إلى النظام المعيني ولنحاول تحليله.

إذا تأملنا في الأسطر من الأول حتى الرابع عشر لا نجد خروجاً على مبدأ الجمع الصافي، ولكننا نلحظ في السطر الخامس عشر تمثيلاً غريباً للعدد (١٦٠٠٠)*.

فالحرف المعبّر عن الألف - وهو حرف الألف فعلاً في المسند اليمني - يتكرر ست مرات مشيراً إلى تمثيل ستة آلاف.

وأما الحرف (ع) الذي ينتهي به، من جهة اليسار، التمثيل المعيني للعدد ستة عشر ألفاً فلا يمكن بأي حال اعتباره استمراراً لفكرة الجمع الصافي.

فلو كان كذلك لكان العدد المعيني الكلي معبراً عن العدد (٦٠١٠) فقط، باعتبار حرف «العين» المعيني ممثلاً للعشرة.

ويوحي مضمون التمثيل المعيني في السطر الخامس عشر المذكور أن حرف العين لم يعد ممثلاً للعدد عشرة بل للعشرة آلاف.

وهذا يعني وجود تمثيل «مزدوج» لرمز «العين» المعينية، الأمر الذي لا بد أن يكون قد أثار اضطراباً رمزياً، دفع بالمعينيين القدماء، كما نعرف، إلى تسجيل خانات الأرقام كتابة بعد الرموز الرقمية مباشرة.

ويؤكد على ثبات هذا التمثيل المزدوج الأسطر (١٦، ١٧، ١٨، ١٩).

وينفرد السطر السابع عشر بإثارة غامضة لتقدير القيمة العددية لحرف العين المعيني.

فإذا افترضنا أن القيمة العددية لحرف العين تصبح عشرة آلاف بدلاً من عشرة في حالة كون قيم ما قبلها أكبر من العشرة، كما يتضح من الأمثلة، إلا أن السطر السابع عشر يتألف من حرف العين وحده مكرراً أربع مرات.

(*) يعود ترقيم الأسطر إلى الجدول الذي نشره العلامة جواد علي، جـ٨، ص٢٣٨ - واللوحة (٢٦) تمثل الأسطر من (١٥) إلى (٢٤).

وهذا أمر لا يمكن أن يوحي بتمثيل الأربعين ألفاً، وإنما قد يوحي بالأربعين فقط.

ويستند العلامة جواد علي إلى هوفنر (Hofner) فيقول:

«يرى بعض المختصين بقراءة النصوص العربية الجنوبية أن كتّاب المسند لم يتركوا كتابة حروف الألف التي تشير إلى الأعداد الآلاف إلا إذا كان العدد مدوراً، وآلافاً خالية من الأرقام الآحاد، كما رأينا في الرقم (٤٠٠٠٠) و(١٥٠٠٠) و(٢٠٠٠٠)[٣٧]».

ومن يتأمل رياضياً في العبارة السابقة يجد فيها اضطراباً واضحاً ربما مصدره عدم دقة هوفنر في استخدام مفهوم التدوير الرياضي. فجميع الأعداد - التي أوردها العلاّمة جواد علي - بلا استثناء ليس فيها عدد مدور واحد، وإنما هي رياضياً أعداد طبيعية وصحيحة أيضاً.

ولكن:

لنفترض مع هوفنر أن العددين (٤٠٠٠٠) و(٢٠٠٠٠) عددان مدوران بمعنى أربعين وحدة صحيحة من الألف للعدد الأول، ومئتي وحدة صحيحة من الألف للعدد الثاني، فهل رُفع الغموض القاسي عن هذا التمثيل المعيني للعددين؟.

ففي حالة قيم الأسطر (١٥، ١٦، ١٨، ١٩) لا نجد مفهوماً رياضياً لدى المختصين بكتابات المسند.

وربما كان الافتراض الذي أوردناه أكثر اقتراباً من المفهوم الرياضي الذي كان يحكم التمثيل المعيني. وهو الافتراض الذي نقترح صياغته على النحو التالي:

يتغير الرمز العددي المعيني في خانة الآحاد إلى الخانة النونية - رياضياً - إذا كان مسبوقاً من جهة اليمين برمز عددي له قيمة اصطلاحية أكبر.

وعودة إلى العبارة التي أوردناها نقلاً عن العلاّمة جواد علي نجد أن هوفنر

قد أوقعنا في اضطراب كبير حين حشر تمثيل العدد (١٥٠,٠٠٠) في التمثيلين المدورين بمفهومه.

فالسطر العشرون لا علاقة له من وجهة النظر الرمزية بكل الأسطر السابقة عليه.

وصحيح أن الرمزين المستخدمين فيه مشتقان أو مستمدان من رمزي الخمسين والمئة إلا أن التغير الواضح في اتجاهها قد عكس استخداماً مغايراً تماماً لهما.

ولا يدري المرء لماذا لم يُطبق هذا التغيير في الاتجاه على تمثيل العدد (٢٠٠,٠٠٠)؟

فالسطر (٢١) لا يوحي حالياً بقيمة (٢٠٠,٠٠٠) فحسب وإنما أيضاً بمئتين أيضاً.

فهل حسم المعينيون أمر هذا الغموض بالتسجيل الكتابي فقط؟

علينا أن ننتظر المستقبل. فثمة قضايا غير واضحة كلياً في هذا النظام. منها على سبيل المثال: المراحل التي مرت بها تطورات نظام العد اليمني.

وجملة الكلام بعبارات للعلاّمة جواد علي[٣٨] لقد «سار كتّاب المسند على قاعدة كتابة الرقم لفظاً، أي كتابة مقداره بالكلمات، وتدوين المقدار المكتوب بعد الرقم، وقد حملهم على اتباع هذه الطريقة خوفهم من الوقوع في الخطأ في قراءة الأرقام والرموز التي خصّصوها بالأرقام، كما أنهم اصطلحوا على رسم مستطيل تتخلله خطوط تجعله على هيئة شباك تقريباً، يوضع في أيمن الرقم، أي قبل ابتدائه، ومستطيل آخر يوضع في يسراه، أي في نهاية الرقم تماماً».

نظام العد العربي
ومشكلة الأرقام الهندية

يقول ديورانت[٣٩]:

« إن من أهم ما ورثناه عن الشرق الأعداد العربية، والنظام العشري، وقد جاءنا كلاهما من الهند على أيدي العرب، فإن ما يسمى خطأ بالأعداد العربية نراها منقوشة على « صخرة المراسيم* » التي خلفها « أشوكا » -٢٥٦ ق.م - أي قبل استخدامها في الكتابات العربية بألف عام ».

وتعليقاً على هذا النص التقريري الذي كتبه ديورانت بلغة حاسمة قاطعة وخضعت لمفاهيمه كتابات عربية عديدة نقول إنه لم يشر إلى مرجع واحد استقى منه هذه المعلومات الغامضة، ولم ينقل إلينا أيضاً صورة عن تلك النقوش التي ذكرها.

كما أنه تساهل كثيراً في قوله بأنها ظهرت عند الهنود قبل استخدامها عند العرب بألف عام. مع أنه لا يملك دليلاً واحداً على مثل هذا الاستخدام عند الهنود. بل إنه لم يميز حتى بين « الأعداد العربية» وتلك « الأرقام التسعة » التي وجدت متناثرة في اللغات الهندية المختلفة.

(*) هذه جرأة من ديورانت أن يعمم على هذا النحو - انظر الحاشية (٤٠).

ولنتابع من جديد ما كتبه ديورانت عن هذه المسألة، يقول ديورانت[٤٠]:

«وعرف «آريا بهاتا» و«براهما جوبتا» النظام العشري قبل ظهوره في كتابات العرب والسوريين - كذا - بزمن طويل، وأخذته الصين عن المبشرين البوذيين، ويظهر أن محمداً بن موسى الخوارزمي - وهو أعظم رياضي في عصره (مات حوالي ٨٥٠ بعد الميلاد) - قد أدخله في بغداد. أما الصفر فأقدم استخدام له معروف لنا في آسيا وأوروبا هو في وثيقة عربية تاريخها ٨٧٣م. أي قبل أول ظهور له - فيما نعلم - في الهند بثلاثة أعوام، لكن الرأي مجمع على أن العرب - هكذا - قد استعاروا[٤١] الصفر أيضاً من الهند، وهكذا نرى أكثر الأعداد تواضعاً وأكبرها نفعاً كان هدية من الهدايا الرقيقة التي قدمتها الهند لسائر البشرية».

والآن:

واضح أن ديورانت، في نصه السابق، لم يعرّض نفسه للتناقض الفكري فحسب وإنما أفتى أيضاً في قضايا تاريخية بتساهل غير مقبول.

ومصدر هذا الاضطراب النظري التاريخي افتقاره إلى التمييز بين «الأشكال العددية» و«النظام العددي».

وفي المقطع الثاني يقول ديورانت أن الصينيين أخذوا النظام العشري عن المبشرين البوذيين، ثم ينتقل فجأة إلى محمد بن موسى الخوارزمي مع أننا نعلم جيداً أن تأثر الصينيين بالأشكال العددية (الهندية) لم يدخل فيه الصفر مطلقاً قبل عام (١٢٤٧)م، كما سبق أن أوضحنا ذلك.

ولأن عدداً كبيراً من المؤرخين، وعلى وجه الخصوص مؤرخي العلوم، مازالوا يخلطون بين «الأشكال العددية» وتأثر العرب بها من جهة، وبين تأسيسهم للنظام «العشري» من جهة أخرى، نرى لزاماً التوقف قليلاً عند هذه النقطة، حتى نلمس ضياع الحدود التاريخية بين الأمرين المذكورين.

وكما رأينا سابقاً في حديثنا عن النظام اليوناني «الأيوني» - وهو نظام العد

الثاني في تاريخ الفكر اليوناني - لم يكن هذا النظام يتناسب مع تطور علوم الحساب عند العرب عندما وقف العلماء العرب على استخداماته في كتب الرياضيات اليونانية المترجمة إلى العربية.

فعلى رغم كل الإرث اليوناني في العلوم لم يتمكن اليونان من «اختراع» أشكال رقمية تختلف عن الأشكال الأبجدية.

بينما كان الهنود يستخدمون أشكالاً خاصة بالأرقام - ولا نقول الموجودة حالياً في شكليها الأوربي والعربي.

ولأن العرب، ثانياً، ظلوا يتناقلون جيلاً إثر آخر الحساب الأبجدي المعروف باسم «حساب الجمل» - كما هو معروف في أنظمة العد المعينية والتدمرية والكنعانية... وغيرها - أوجدوا في القرون الوسطى تسمية جديدة للحساب بالنّهج الرقمي الخالص، وأطلقوا عليه اسم «الحساب الهندي» اصطلاحاً، لغرض تمييزه عن حساب الجمل من جهة وإشارة تاريخية من قبلهم إلى منبع مفهومه أو اشتقاقه* من جهة أخرى.

ولم يطلق العرب على حساب الجمل صفة يونانية لأن هذا النوع من الحساب هو في أصوله التاريخية المتوارثة عربي منذ العهود القديمة.

ولكننا ينبغي أن نؤكد هنا على أن الهنود لم يكن لديهم قبل الخوارزمي نظاماً عشرياً بل أرقاماً تسعة.

وكان المصطلح الهندي سونيا (Sunya) تعبيراً عن «المكان الفارغ»، ولم تكن له أي دلالة رقمية تدخل في نسيج نظام عددي خاص بالهند.

(*) لاحظ كارادي فو (١٨٦٨-١٩٣٩)م في مقالته المنشورة تحت عنوان «الفلك والرياضيات عند العرب» في مجموعة توماس أرنولد المعروفة «بتراث الإسلام» إن لفظة (هندي) عند العرب «تقترن مع لفظة هندسي» لهذا شاع في كتب الفلك العربية مصطلح «الدائرة الهندية المقسمة» التي من الأنسب ترجمتها بالدائرة الحسابية. لذلك - كما يقول دي فو بالنص - فالأعداد التي تسمى كذلك - أي الأعداد الهندية - إنما هي «الرموز الحسابية»: انظر الصفحة ٥٧٤ من ترجمة جرجيس فتح الله، ط٣ «تراث الإسلام».

ولنناقش من جديد نصوص بعض المؤرخين الذين كانت أعمالهم وأفكارهم مادة مؤثرة وفعالة في أذهان المعاصرين:

يقول رسكا[٤٢]:

إن «أقدم ذكر للصفر العربي كان في وثيقة بردية تاريخها ٢٦٠هـ (٨٧٣-٨٧٤)م. وأما أقدم إشارة موثوق بها كل الثقة عن الحساب الهندي بطريقة الأرقام التسعة العددية فقد عثر عليها (Nau) ف.ناو لسفروس سابخت السوري* (Severus-Sabokht) المتوفى سنة (٦٦٢)م. وينبغي ألا نستخلص من ذلك أن الصفر الذي يعد خطوة تقدمية أساسية في الترقيم العددي لم يكن مستعملاً آنئذ، لأنه حتى إلى عصر متأخر، كانت الأرقام التسعة التي نطلق عليها الآن الأرقام الأولى تتميز عن غيرها من العلامات الخاصة الدالة على وجود فراغ متروك. ونحن نعرف فوق هذا أن براهماكوبتا الفلكي الهندي - المولود سنة ٥٩٨- أعد على التحديد قواعد للعد بواسطة الصفر».

ومن الواضح هنا أن رسكا لم يقطع برأي حاسم في أسبقية استخدام الهند للصفر كقيمة تختلف عن تلك المتداولة عن السونا أي «الفراغ».

ومنعاً لأي التباس نجد أن من المناسب التأكيد على الفرق الشاسع بين المفهومين العربي والهندي لمصطلح الصفر. وأقصى ما نعلمه عن السونيا الهندية لا يخرج عن كونها إشارة أوجدها علماء الهند لرفع الغموض عن أشكالهم العددية في الحالات التي أرادوا فيها التعبير عن «الأماكن الفارغة».

وعوضاً عن «الإمالة» التي وجدناها عند البابليين و«المسافة الخالية» عند

(*) تقول الموسوعة البريطانية أن أول إشارة إلى وجود الأرقام الهندية تعود إلى (Severus Sebokht) الذي عاش في بلاد ما بين النهرين حوالي عام ٦٥٠ وفي كتاباته تحدث عن «أرقام تسعة»، مما يؤكد - كما تقول البريطانية - على أن الصفر لم يكن قد بلغه أو أنه لم يكن موجوداً.

راجع «المجلد ١٦، مادة الصفر (Zero)».

الصينيين أحلّ الهنود إشارة السونيا - وهي على شكل دائرة صغيرة - في المواقع الخالية ذاتها.

ولكن هل عرفوا النظام العشري الخالص؟

واضح أن مدوناتهم لا تكشف لنا عن شيء يقترب قليلاً أو كثيراً من الإيجاب.

وإذا كانوا قد عرفوا رمزاً خاصة بالخانة الفارغة فلا ينبغي أن نفهم من ذلك على الإطلاق أنهم أسهموا في تأسيس النظام العشري تحديداً.

فشعب المايا قد عرف الصفر بكل معانيه الجليلة، ولكن نظامهم العددي لم يكن خالصاً كما سبق أن ذكرنا.

ولنحاول الآن أن ننسق المعلومات التاريخية المتوفرة ونُعيد عمليات التقاطع الفكري بينها:

أولاً: ذكر رسكا - على سبيل المثال - الأرقام التسعة فقط، وأشار إلى أن الصِّفْر كان مستعملاً، ولكنه لم يقل أنه كان « داخلاً » في « نظام » مع الأرقام التسعة.

ثانياً: يظهر من الإشارات التاريخية إلى الرياضي الهندي براهما جوبتا Brahmagubta أن الهند لم تعرف أي نظام عددي متجانس، وإلا لما اضطر الرياضي الهندي المذكور في حوالي عام ٦٢٨م، إلى « وضع » قواعد خاصة لاستخدام السونيا الهندية.

ونلفت عناية الباحثين إلى أن عدداً كبيراً من مؤرخي قضية « الأرقام العربية » لم يدرسوا بأنفسهم الوثائق الهندية الخطية بطريقة مباشرة.

فإذا كان ثابتاً أن الهند قد أوجدت الأشكال الرقمية التسعة قبل محمد بن موسى الخوارزمي تحديداً، استناداً إلى كتابات سفروس

سابخت، إلا أن من المشكوك فيه معرفة علماء الهند بتطبيقات من أي نوع للنظام العشري.

ودليلنا على ذلك أن مخطوطة «البكشالي» الهندية manuscript Bakshali تضم مواد رياضية متباعدة العصور من القرون الميلادية التالية: الثالث (أو الرابع)، والخامس والثامن (أو التاسع).
بل إن هناك شكاً في أصلها الهندي كما يقول عدد غير قليل من مؤرخي الرياضيات(٤٣).

وأغلب الظن أن الرياضي الهندي بهاسكارا Bhaskara المولود حوالي عام ١١١٤م، والمتوفّى حوالي عام ١١٨٥م قد طمس حدود معالم «السونيا» الهندية من خلال حديثه عن الرياضيين الهنود السابقين عليه. وعلى وجه الخصوص مساهمته في «تطوير» مفهوم «السونيا» عند براهما جوبتا.

وعلى فرض وجود «السونيا» في أيام براهما جوبتا، أي حوالي ٦٢٨م، إلا أن إغفال الأسقف السوري سابخت (؟) في حدود عام ٦٦٢م، وليس عام ٦٢٢م كما تقول بعض المراجع(٤٤)، ليدل على أن ذلك المصطلح الهندي لم يكن «الرقم العاشر» في نظام العد الهندي.

وبهذا التسلسل المنطقي يمكن اعتبار مساهمات «بهاسكارا» امتداداً طبيعياً للثقافة العربية وليس العكس. خاصة وأنه جاء بعد الخوارزمي (المتوفى بعد عام ٨٤٧م)، وابن سينا المتوفى عام ١٠٣٧م، وابن الهيثم المتوفى عام ١٠٣٩م والبيروني المتوفى عام ١٠٤٨م.

وليس بإمكان مؤرخ واحد في تاريخ العلم - وتاريخ الرياضيات خاصة - أن ينفي تأثر علماء الهند في القرن الثاني عشر الميلادي بمنجزات العرب العلمية، وبأعمال البيروني العظيم بشكل خاص.

ثالثاً: يخطىء من يعتقد أن الأرقام العربية المعاصرة (المشرقية منها والمغربية) هي ذاتها الأرقام الهندية التسعة.

ولقد ظهر بين الباحثين عدد غير قليل من المؤكدين على هذه الفرضية، بعد أن وضعوا جداول مقارنة لمختلف الأشكال العربية والهندية.

وبالمعنى الذي أوردناه يقول الأستاذ الدكتور عدنان الخطيب:

« إن الأرقام هنديّها وغباريّها عربية في مولدها وفي نشأتها، ولكن الأولى منها أكثر عراقة، وأبعد إنتشاراً، وأشد التصاقاً بالتراث العربي والإسلامي، وأوضح أثراً في كنوز الخط العربي »[٤٥].

رابعاً: يتضح من المناقشات السابقة أن العرب وصفوا أرقامهم بالهندية تمييزاً لها عن نظامهم السابق المعروف بالجمل، لسبب واحد ووحيد وهو أن الهند كانت قد قطعت شوطاً مغايراً للنهج الأبجدي الحسابي.

وهو « نهج » لم يكن من تراث العرب من جهة، ولم يتوفر، من جهة أخرى، في الأعمال اليونانية المترجمة إلى العربية.

خامساً: لا يوجد دليل واحد تاريخي أو فكري يبرهن على أن الأرقام المشرقية والمغربية معاً هندية الأصل أو النسب.

والعلاقة اليتيمة بين أرقامنا العربية وأرقام الهند تشبه إلى حد بعيد تلك العلاقة التي يجدها بعضهم بين خريطة بطليموس وأطلس القرن العشرين.

وبرأي بعض الباحثين العرب - وأخص منهم الدكتور الخطيب - إن « أول من حفظ لنا الأشكال الأولى للأرقام الهندية - بحسب ما عرفناه من كتب التراث - محمد بن موسى الخوارزمي المتوفى سنة ٢٣٢ هـ ثم أحمد بن ابراهيم الاقليدسي المتوفى سنة ٣٤١ هـ وشجاع المغربي المتوفى سنة ٣٤٤ وبعدهم كثيرون »[٤٦].

وأما أول من حفظ[٤٧] لنا الأرقام الغبارية فهو ابن الياسمين المتوفى سنة ٦٠١ هـ ويأتي بعده ابن البناء المراكشي المتوفى سنة ٧٢١ هـ.

ومن جهة ثانية ربما كانت الحقيقة التاريخية للأرقام العربية - بشكليها المشرقي والمغربي - تكمن فعلاً وراء تطورات الخط العربي كما ذهب إليه بعض العلماء، إلا أن الصورة الواضحة لنا هي ما يلي:

استلهم العرب - والخوارزمي تحديداً - النَّهْج الهندي في تمثيل الأرقام ولكنهم أسهموا في تأسيس وبلورة نظام عد عشري خالص، بدءاً من القرن الثالث الهجري / التاسع الميلادي.

وإذا لم يكن لهم من فضل في تاريخ أنظمة العد على مرّ العصور، لسبب أو أكثر كظهور وثائق تاريخية قاطعة تنافي ما ذهبنا إليه، فيكفي هنا أن نؤكد على أن هذا «الصِّفْر» الجليل الذي أصبح قاعدة للفكر الرياضي العالمي لم يكن باستطاعته أن ينقلب من «خشبة» إلى «كائن» من غير الفعل العربي الرياضي الشامل في العصر الوسيط.

وأما كيف رحل الرقم العربي حول العالم بحيث تمكن خلال قرون قليلة من احتلال المكانة الأولى في العالم فبإمكان القارىء المتابع أن يعود إلى مجموعة من المصادر العربية والأجنبية التي تبحث في قصة وتأثيرات النظام العربي العشري، وعلى وجه الخصوص ما أحدثه دخول «الصفر»[٤٨] في نسيج العلوم الرياضية كافة.

الهوامش والإحالات (الفصل الأول)

(١) «تاريخ العلم» للعلامة سارتون /ج١/ ص ٥٧ .

(٢) الصفحتان (١٠١) و(١٠٢) من المرجع السابق .

(٣) History of Mathematics, By: Carl Boyer, Page: 11

ويقول د . عمر فروخ أن المصريين «جعلوا العلامة الدالة على المليون رجلا راكعا وجعلوا ٥ علامة لعشرة ملايين» ـ «تاريخ العلوم عند العرب» ص ٢١ .

(٤) النص للعلامة الكبير سارتون ، ص (٩٧ ـ ٩٨) الترجمة العربية .

وانظر أيضاً : THE

وكذلك ·

Boyer: Page 11

(٥) Boyer: Page 13

(٦) المرجع السابق .

(٧) المسألة رقم (٤٠) في البردية/ انظر مثلاً Boyer: 24 ولهذا المسألة نص مشابه أورده العلامة فروخ / الصفحة ٢٤/ من كتابه المشار اليه .

(٨) Boyer: 29

(ربما حدث هذا كما يرى بوير في الألف الثانية قبل الميلاد) .

(٩) المرجع نفسه .

(١٠) سارتون /ج١/ ص (١٦٤ ـ ١٦٥) .

(١١) المرجع السابق .

(١٢) Boyer: 63

(١٣) استناداً إلى المرجع السابق .

(١٤) Boyer: 64

(١٥) المرجع السابق .

(١٦) يقر بذلك بوير على الرغم من أنه يلجأ بعبارات غامضة إلى ارجاع الأصل الكنعاني العربي ذاته إلى اليونان مرة أخرى (الصفحة ٦٤ من كتابه المذكور) .

وانظر :

«قضايا في التراث العلمي العربي» الصفحة ١٤٣ ومابعدها ـ للكاتب .

(١٧) المرجع السابق .

(١٨) سارتون/ ص (٤٢٤ ـ ٤٢٥) الجزء الأول .

(١٩) المرجع السابق .

(٢٠) (B.P.S) Vol: 1,Page: 152

(٢١) المرجع السابق ، الصفحة ١٥٣ .

(٢٢) كثيرة هي المصادر التي تتحدث عن المايا : حضارة ووجودا .

منها :

- Boyer: Payet: Page 235

- Enclopedia International

Vol: 11 (Mayas), Page: 465

- The Penguin Dictionary of Archaeology: Maya, Aztecks, Olmecs..

(٢٣) يرى سارتون أن شعب المايا طور مفاهيمه في الحساب والعد في حدود القرن الميلادي الأول .

ويقول ديورانت أن الصفر كان مستعملاً في أمريكا في القرن الميلادي الأول ـ ويقصد بذلك المايا ـ «قصة الحضارة» ، ج٣/ ص ٢٣٧ .

(٢٤) يظهر لك في العد باللغة الفرنسية كما يقول العارفون .

(٢٥) حاشية عن حضارة المايا :

تؤكد الوثائق التاريخية على أن شعب المايا نجح في ارساء حضارة من أهم الحضارات القديمة في جزء يعرف اليوم بأمريكا الوسطى .

وحين قدم الاسبان كانوا يسكنون في منطقتي(Chiapas) و(Yucatan) في المكسيك وجواتيمالا وأجزاء من هندوراس والسلفادور .

ولهذا الشعب لغة خاصة به تعرف باللغة المايوية ، لم يعرف لها إلى اليوم صلة قربى باللغات المعروفة .

ومن أهم المنجزات الرياضية لهذا الشعب : الترقيم وفق نظام عد معقد يدخل فيه الصفر ، بالاضافة إلى تقويم فلكي لا يقل تعقيداً عن نظام عدهم .

وأما تاريخ وجود هذا الشعب فيرجع إلى حوالي الألف قبل الميلاد .

ويعتقد بأن حضارتهم قد تبلورت بين (١٠٠٠ ق.م) إلى (٣٠٠ بعد الميلاد) .

وأما حياتهم المتفردة فلقد بدأت تنتهي حوالي عام ١٤٤١ م بسبب القتال الذي استمر طويلاً بين مدنهم من جهة ، وبسبب الانتشار الواسع للاستعمار في تلك المناطق من العالم .

وفي العصر الحالي تركز وجودهم في جواتيمالا وأصبحوا يشكلون نسبة عالية من سكانها بلغت ٦٥٪ . ولربما بسبب تشتتهم في تلك الأقطار ، من الجنوب الشرقي للمكسيك إلى شمال نيكاراغوا ، ويقال حالياً بأنهم يتكلمون خمس عشرة لغة (أو لهجة) مايوية .

(٢٦) Boyer: Chapter xII, China and India Page: 220

(٢٧) المرجع السابق .

(٢٨) (B.P.S) Vol: 1,Page: 152

(٢٩) تعليق على اللوحة (٢٥) :

بعض المراجع لا تميز بين المذكورتين ، مثال ذلك الخلط الذي وقع فيه الاستاذ نادر نابلسي في دراسة له بعنوان «صور الأرقام خلال الزمن» الصفحة ٣٦ وما بعدها من مجلة «التراث العربي» العدد السابع (١٩٨٢) .

ففي الصفحة (٤٢) من المجلة أورد الاستاذ النابلسي صورة عن أرقام صينية متوهماً أنها «توضح الطريقة الصينية في الترقيم» ، بينما هي أرقام من المرحلة الثانية كانت فيها الشرطة الأفقية رمز للواحد . ولا يعرف بأسبقيتها للخط الرأسي .

وعلينا حين نتحدث عن صور أرقام الشعوب أن نشيرا إلى مراحلها حتى لا تختفي معالم الحدود بين العصور .

وفي الصفحة (٤٠) - السطر الثاني من الأسفل تحديداً - كان على الباحث أن يعكس اتجاهي المئة والألف المصريتين . على الرغم من أنه لم يشر أيضاً إلى أن المرحلة الهيروغليفية لم تكن الوحيدة في تاريخ صور الأرقام المصرية القديمة فلقد لحقتها المرحلة الهيراتيكية كما هو معروف .

وأما في الصفحة (٣٨) فلقد تصرف الباحث بتعريب الديفانجاري Devanagari وسماها «الناغارية» مسقطاً جزءاً من التسمية . .

(٣٠) هذا رأي بوير/ ص ٢٢٠ .

بينما تقول (B.P.S) : «لم يكن لدى الصينيين أي رمز للصفر» (الصفحة ١٥٣) ، والصواب تاريخياً هي الرأي الأول .

(٣١) د . جواد علي / ج٢/ ص ٧٣ .

(٣٢) المرجع السابق / ص ١٢٠ .

(٣٣) المرجع السابق . وذلك استناداً إلى كتابة معينية عثر عليها المنقبون في (الجيزة) في موضع (قصر البنات) يعود تاريخها كما يرى بعض المؤرخين إلى حوالي (٢٦٤ - ٢٦٣) ق.م .

(٣٤) المرجع السابق/ ص ١٢١ .

(٣٥) انظر الصفحة ٩٦ من كتاب «تدمر والتدمريون» للدكتور عدنان بني .

(٣٦) نشرها د . جواد علي : «المفصل . . .» / ج٨/ ص (٢٢٧ - ٢٢٨) .

(٣٧) المرجع السابق/ ص ٢٢٦ .

(٣٨) المرجع السابق .

(٣٩) ديورانت / ج٣/ ص ٢٣٦ - ٢٣٧ .

(٤٠) المرجع السابق .

ولقد ورد في الموسوعة البريطانية/ المجلد ١٩/ الصفحة ٧٥٩ أن : Asoka Inscriptions التي تعود إلى القرن الثالث قبل الميلاد تحمل شيئاً قريباً أو يشبه الأعداد الثلاثة التالية (1,4,6) .

وأما الأعداد (2,4,7,9) فلقد ظهر أيضاً ما يشبهها في :

Nana Ghat Inscriptions

وفي : Nasik Caves (من القرن الميلادي الأول وربما الثاني . .) . . وردت أشكال لأرقام من نوع : (2,3,4,5,6,7,9) .

وتؤكد البريطانية على أن «كل هذه الوثائق لا تعطي مفهوماً للخانة أو الصفر . وبالرغم من أن الأدب الهندي يقول بوجود الصفر قبل عهد السيد المسيح إلا أنه لم يظهر عندهم قبل التاسع الميلادي» .

وبشكل عام نتمنى على القارىء التأمل في اللوحة الجامعة لمختلف الأشكال الرقمية الهندية التي رسمها العلماء بناء على الوثائق المذكورة . وبعد ذلك فليتذكر علاقتها بالأرقام العربية من جهة وباللغة الديورانتية القاطعة . (انظر ملحق الكتاب)

(٤١) من المناسب التنبيه هنا إلى أن ديورانت قد استعاض عن الحقائق الموضوعية بلغة شاعرية دفعت به إلى اعتبار العرب جملة يستعيرون العلوم والمنجزات لتقديمها إلى السادة الاوربيين . وما أكثر المؤلفات التي تشيع فيها هذه الروح المتعالية .

(٤٢) «دائرة المعارف الاسلامية» /ج١٥/ ص ٢٢٦ .

(٤٣) Boyer: 241

Smith: History of Mathematics, I, Pafe 164.

Florian Cajori: Ahistory of Mathematics (1919), Page: 84- 85.

(٤٤) انفردت المستشرقة الألمانية زيغريد هونكة في كتابها الشهير «شمس العرب تسطع على الغرب» بأقوال وراء غير دقيقة في هذا المجال .

ففي حديثها عن اشارات الأسقف السوري سابخت إلى الأرقام الهندية «التسعة» يلاحظ عليها ما يلي :

أولاً : أعادت تاريخ كتاباته إلى عام ٦٢٢ م بينما الصواب هو عام ٦٢٢ م ولقد أخطأ من نقل عنها ولخص أقوالها . مثال ذلك : الأستاذ زهير الكتبي في كتابه عن «الخوارزمي» الصفحة (٣٩) وما بعدها .

ثانياً : قررت هونكة في كتابها فرضية جزيئة وهي أن الأسقف كان من المشتغلين بالحساب وعملياته . ومن الواضح هنا أنها لم تفهم اشارات سابخت إلى الأرقام الهندية التسعة ، فجاءها وهم كثير .

فهي تقول :

وبهذا النظام الهندي استطاع سايروس أن يقوم «بعملياته الحسابية وأن يكتب ما يشاء من الأعداد إلى ما لانهاية» الصفحة (٧٢) . بل وقالت أكثر من ذلك حين ذهبت في عبارة أخرى إلى توهم تلامذة رياضيين له . مع أن الرجل لم يكن رياضياً ولا نعلم مطلقاً أنه كتب عدداً صحيحاً واحداً بالارقام الهندية .

وحقيقة علاقته بتلك الأرقام لا تخطى دافعة افتخاره بالأمم الشرقية على الأمة اليونانية أو من اعتبرها أهل عصره معجزة كالرومان . كان بعبارة أخرى يريد أن يقول : في الشرق أمم أخرى تفهم أكثر منكم ـ وهذه هي جملة من التعليقات التي أوردها مؤرخو الرياضيات .

(٤٥) الصفحة (١٢ ـ ١٣) : من مستلة الدكتور عدنان الخطيب (مجلة مجمع اللغة العربية بدمشق) .

(٤٦) الصفحة ٢٩٥/ العدد ١١/ من مجلة «شؤون عربية» ، دراسة للدكتور عدنان الخطيب بعنوان : «الأرقام العربية : بين مشرق الوطن العربي ومغربه»

(٤٧) المرجع السابق .

(٤٨) في مقدمة تحقيقهما لكتاب «مفتاح الحساب» لجمشيد غياث الدين الكاشي رسم الاستاذان الدمرداش والحفني الشيخ الصورة الحيوية التي ظهرت فيها تطورات مفهوم الصفر في الثقافة الأوربية منذ عام ١٢٢٨ م ، أي منذ أن صاغ الايطالي ليوناردو لفظة «الصفر» العربية صياغة لاتينية فأصبحت (صفرمCephirum) ، ثم برزت في لغات أوربية أخرى بصيغة قريبة من صيغته مع تحريفات طفيفة . كقولهم في ايطاليا : (Zefero) أو(Zero) ، وفي فرنسا (Chiffre) وفي انجلترا(Zero) .

ولايفوتنا أن ننبه إلى أن هناك رأياً جديراً بالبحث التاريخي قال به الدكتور عبدالكريم اليافي يقول بأن «شيفر» الفرنسية مشتقة عن «الجفر» العربية .

الفصل الثاني
أنظمة العد
في الحاسبات الإلكترونية

الباب الأول

النظام الثنائي Binary System:

نستطيع أن نقول بكل اطمئنان إن النظام الثنائي لم يعرف قبل القرن السابع عشر الميلادي.

فأمام عشرات من أنظمة العد التي اخترعت واستخدمت في الحضارات القديمة والقرون الوسطى لم نجد أصلاً لهذا النظام.

وباستثناء الإشارات الفلسفية التي تركها الرياضي الألماني الكبير لايبنتز عن مضمون «الوجود» و«العدم» في المكونين الرئيسيين لهذا النظام - وهما بالترتيب: الواحد والصفر - لا يكاد الباحث يجد شيئاً مهماً عن العلماء الذين اشتغلوا لتطويره في القرنين الثامن عشر والتاسع عشر.

ويبدو أن الفضل الأكبر في شد انتباه العلماء إلى هذا النظام إنما يعود إلى الرياضي نيومن (Neumann) الذي نجح عام ١٩٤٧ في صياغة اقتراحات* جوهرية كان من نتائجها إدخال النظام الثنائي في عالم الحاسبات الإلكترونية.

ولكن.

ما هو هذا النظام وكيف يتم تشكيله أو اشتقاقه؟

(*) انظر مقدمة «المخططات التدفقية والمنطق الجبري في الكمبيوتر» - للكاتب.

اشتقاق الرقم الثنائي:

لنفترض أن لدينا العدد العشري (555) فلتحويله إلى عدد ثنائي نقوم عادة بإجراء سلسلة متتابعة من عمليات القسمة على العدد اثنين (2)، وفي نهاية كل قسمة نستخرج العدد « الباقي »، ونضعه بشكل متسلسل إلى يمين عمليات القسمة.

وفي حالة واحدة: وهي كون العدد الذي نريد تقسيمه هو الواحد فقط، فإن الباقي هو الواحد ذاته.

وهذا يعني لو قسمنا الواحد على اثنين فسنجد كسراً، ولكننا في عمليات البحث عن « البواقي » لا نأخذ إلا العدد الباقي الصحيح، ولذا يبقى الواحد هو الباقي المطلوب.

وبشكل عام، سنجد أثناء استخراجات « العدد الباقي الصحيح » أن « الباقي » هو: إما « واحد » أو « صفر ».

ولنبدأ: (555) على (2) فيها (277) والباقي (أو remainder) هو (1).

(277)	على	(2)	فيها	(138)	والباقي (1).
(138)	على	(2)	فيها	(69)	والباقي (0).
(69)	على	(2)	فيها	(34)	والباقي (1).
(34)	على	(2)	فيها	(17)	والباقي (0).
(17)	على	(2)	فيها	(8)	والباقي (1).
(8)	على	(2)	فيها	(4)	والباقي (0).
(4)	على	(2)	فيها	(2)	والباقي (0).
(2)	على	(2)	فيها	(1)	والباقي (0).
(1)	على	(2)	فيها	←	(1).

ونعبّر عن الطريقة التحليلية السابقة على النحو التركيبي التالي:

2	555		
2	277	r	1
2	138	r	1
2	69	r	0
2	34	r	1
2	17	r	0
2	8	r	1
2	4	r	0
2	2	r	0
2	1	r	0
			①

القراءة:
من الأسفل إلى الأعلى

ويعتبر آخر البواقي هو أقصى رقم إلى اليسار، في كلا الطريقتين. وهكذا بإمكاننا أن نقول إن العدد العشري «555» هو ثنائياً يساوي «1000101011»

$$(1000101011)_2 \Longleftrightarrow (555)_{10}$$

التحقق:

كنا في النظام العشري نعبّر عن العدد العشري (555) كالتالي:

$$555 = 5 + 50 + 500$$

أو:

$$555 = 5 \times 10^0 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^2$$

حيث أن (10^0)، وكذا أي رقم مرفوع إلى القوة صِّفْر، يساوي الواحد. والبرهان على ذلك بسيط.

البرهان: لنفترض أن لدينا رقماً ما (N) مرفوعاً إلى القوة صفر. وبما أنه

بإمكاننا دائماً التعبير عن الصفر كيفما نريد كأن نقول: Zero=1-1 أو Zero=2-2 ...الخ... إذن نكتب.

$$N^0 = N^{1-1} = N \times \frac{1}{N} = \frac{N}{N} = 1$$

وهو المطلوب.

وعليه نقول: يمكن كتابة أي عدد عشري بالطريقة التي تمت فيها كتابة العدد السابق (555).

مثال ذلك:

$$1530 = 0 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^2 + 1 \times 10^3$$

حيث تصبح الأرقام (1, 5, 3, 0) هي الأمثال في عملية التحليل العشري.

المثال الثاني:

$$10203 = 3 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 0 \times 10^3 + 1 \times 10^4$$
$$= 3 + 0 + 200 + 0 + 10000$$

والآن. ماذا عن العدد الثنائي؟

لا يختلف كثيراً تحليل العدد الثنائي عن التحليل العشري السابق، إلا أنه ينبغي الإشارة إلى أن العدد الثنائي يستند على أساس يساوي (2). بينما كان العشري (10) عشرة.

وكذلك ينبغي الانتباه إلى أن تحليل العدد الثنائي ليس تحليلاً بسيطاً وإنما هو عبارة عن «إرجاع» إلى الأصل العشري الذي تم استنباط الثنائي منه.

لنتحقق الآن من المتماثلة التالية:

$$(1000101011)_2 \Longleftrightarrow (555)_{10}$$

ولنأخذ الطرف الأيسر بالطريقة التحليلية المبسطة أدناه:

1000101011=1+10+000+1000+00000+100000+0000000+....

....+00000000+000000000+1000000000

وبدلاً من هذا التحليل المبسط لنكتب العدد السابق بالإستفادة من الأساس (2).

$$1000101011=1\times2^0+1\times2^1+0\times2^2+1\times2^3+0\times2^4+1\times2^5+0\times2^6+0\times2^7+0\times2^8+1\times2^9$$

$$=1+2+0+8+0+32+0+0+0+512 = 555$$

وهو المطلوب.

أمثلة محلولة:

١ - أوجد العدد الثنائي المقابل للعدد العشري (47)؟

٢ - أوجد العدد الثنائي المقابل للعدد العشري (15)؟

٣ - تحقق من أن المتماثلة التالية صحيحة؟

$$(32)_{10} \Longleftrightarrow (100000)_2$$

الأول:

2	47		
2	23	r	1
2	11	r	1
2	5	r	1
2	2	r	1
2	1	[r]	0
		→ 1	

ومنه:

$$(47)_{10} \longleftrightarrow (101111)_2$$

★ لغرض التمرين على هذا النظام يفضل من الآن إجراء التحقق.

الثاني:

2	15		
2	7	r	1
2	3	r	1
2	1	r	1

$\rightarrow$ ①

$$(15)_{10} \longleftrightarrow (1111)_2$$

الثالث:

لغرض التحقق من المتماثلة في المثال الثالث، إما أن نجري عملية إرجاع للعدد الثنائي، أو نحوّل العدد العشري إلى ثنائي. ولنعمل بالطريقة الأولى.

$$100000 = 0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

وبما أن: $1 \times 2^5 = 32$

إذن:

$$(100000)_2 \longleftrightarrow (32)_{10}$$

وهو المطلوب.

تعميم:

إذا كان لدينا عدد ما في أي نظام مفترض، وليكن تمثيله على النحو التالي:

$$..... P \times yz .....$$

حيث z ـــــ رقم في المرتبة الأولى.
y ـــــ رقم في المرتبة الثانية.
x ـــــ رقم في المرتبة الثالثة.
p ـــــ رقم في المرتبة الرابعة.

فحتى يتسنى إرجاع هذا العدد إلى النظام العشري نستخدم الطريقة التالية، مع

الأخذ بعين الاعتبار أن الأساس هنا هو الأساس الذي يقوم عليه النظام المفترض ذاته (عشري، ثنائي، ثماني، سداسي عشر... الخ).

ولنفترض أن الأساس (Radix) هو M، إذن بإمكاننا أن نكتب ما يلي:

$$(PXYZ)_M \Longleftrightarrow (Z.M^0 + Y.M^1 + X.M^2 + P.M^3)_{10}$$

العمليات الحسابية الأساسية:

ينبغي أن نتذكر هنا، قبل إجراء أي عملية حسابية، أن الاختلاف الممكن بين النظامين العشري والثنائي هو في التعبير عن الإثنين. فحين نجمع واحداً إلى واحد في الثنائي لا نكتب اثنين بل (10). وبعد الانتباه إلى هذه الملاحظة المهمة نجري التطبيقات التالية:

الجمع:

جمع عشري		جمع ثنائي
5	⟵⟶	101
6	⟵⟶	110
11	⟵⟶	1011
4	⟵⟶	100
3	⟵⟶	011
7	⟵⟶	111

وفي المثالين يلاحظ أن هناك تطابقاً في عملية التحقق. والآن لنجري عملية الجمع المركبة لمحتويات المثالين السابقين، على النحو التالي:

$$
\begin{array}{rcl}
101 & \longleftrightarrow & 5 \\
110 & \longleftrightarrow & 6 \\
100 & \longleftrightarrow & 4 \\
011 & \longleftrightarrow & 3 \\
\hline
10010 & \longleftrightarrow & 18
\end{array}
$$

ولتحليل عمليات الجمع في الأعداد الثنائية لنفترض أننا رقّمنا الصفوف والأعمدة المبينة أعلاه. فالعدد (101) يأتي في الصف الأول. والصفر في العمود الثاني «من اليمين». ولنجمع أرقام العمود الأول من كافة الصفوف الأربعة:

$$1 + 0 + 0 + 1 = 10$$

وهكذا نضع أول رقم إلى اليمين: (0). ونحمل الواحد للعمود الثاني، ونستكمل عملية جمع أرقامه:

$$1 + \underbrace{0 + 1 + 0 + 1} = 10 + 1 = 11$$

والآن. نضع واحداً فقط في الصف الخاص بنواتج الجمع ونحمل من جديد واحداً للعمود الثالث والأخير.

$$\underbrace{1 + 1} + \underbrace{1 + 1} + 0 = 10 + 10 = 100$$

وهكذا نضع (100) في الجهة اليسرى من الناتج الأول الذي حصلنا عليه كما هو موضح سابقاً.

التحقق:

لنتحقق من المتماثلة التالية:

$$(10010)_2 \longleftrightarrow (18)_{10}$$

ينبغي إرجاع الثنائي إلى العشري كالتالي:

$$10010 = 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4$$
$$= 0 + 2 + 0 + 0 + 16 = 18$$

وهو المطلوب.

الطرح:

لأسباب تتعلق بطبيعة التقنية في الحاسبات الإلكترونية لا تتم، في داخل الحاسب الإلكتروني، أية عملية حسابية باستثناء عملية الجمع.

لذا تردّ كل العمليات الحسابية الأساسية (من طرح وضرب وقسمة) والثانوية (من رفع إلى قوى معينة، أو جذر..) إلى عملية الجمع وحدها.

وقبل إجراء أية عملية حسابية في الطرح ينبغي أولاً أن نقدم فكرة المتمم الحسابي فبدونها لا تتحول عملية الطرح إلى عملية جمع.

المتمم الحسابي:

لنفترض أن لدينا العددين العشريين التاليين، (510) و(89). ولنحاول أن نطرح الثاني من الأول.

$$\begin{array}{r} 510 \\ -\ 89 \\ \hline 421 \end{array}$$

في الحالة العادية كنا نقول إن النتيجة تساوي: (421).

ولكن هناك طريقة أخرى هي طريقة المتمم الحسابي التي تفترض أثناء استخدامها أن نطبق القواعد الثلاث التالية:

أولاً: إيجاد المتمم الحسابي للمطروح، أي للعدد العشري (89) في مثالنا السابق. وهذا المتمم هو (910) كما سيأتي شرحه.

ثانياً: جمع المتمم الحسابي الذي وجدناه مع العدد العشري للمطروح منه، وهو في مثالنا السابق (510):

$$510 + 910 = 1420$$

ثالثاً: ترحيل الرقم الموجود في أقصى اليسار (وهو الواحد في المثال) إلى تحت الرقم الموجود في أقصى اليمين. على النحو الموضح في المثال.

رابعاً: نجري عملية جمع نهائية.

$$\begin{array}{r} 510 \\ 910 + \\ \hline 1420 \\ 1 + \\ \hline 421 \end{array}$$

وهو المطلوب.

مثال آخر:

أوجد ناتج طرح العددين العشريين التاليين، بطريقة المتمم ثم قارن النتيجة بالطريقة العادية؟

الطريقة العادية

$$\begin{array}{r} 1982 \\ -\ 1950 \\ \hline 0032 \end{array}$$

أولاً: المطروح هو (1950). ولإيجاد متممه الحسابي نستخرج المقابل لكل رقم فيه من السلسلتين المتعاكستين:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

وإذا عدنا إلى أرقام العدد العشري (1950) نجد أن الأرقام المقابلة لمكوناته هي بالترتيب التالي:

```
1   9   5   0
↓   ↓   ↓   ↓
8   0   4   9
```

وهو المتمم الحسابي.

ثانياً: إجراء عملية الجمع: (المطروح منه + المتمم الحسابي)

```
  1982
  8049 +
 ------
 10031
     1 +
 ------
    32      وهو المطلوب.
```

ثالثاً: ترحيل أقصى رقم في اليسار إلى تحت أقصى رقم في اليمين، ثم نجمعهما، كما هو مبين في المثال.

ملاحظة: بالنسبة للمثال الأول كان المتمم الحسابي للمطروح (89) هو (910)، لأن بإمكاننا أن نكتب المطروح على النحو التالي:

89 = 089

```
0   8   9
↓   ↓   ↓
9   1   0 ←  المتمم
```

وبشكل عام: إن مجموع أي رقم من المطروح مع الرقم المقابل له أو المتمم له هو تسعة. وعليه فان باستطاعتنا ايجاد متمم الرقم اذا طرحناه هو ذاته من تسعة. والمتمات لأرقام العدد العشري التالي (523) هي: (476). ويجب الإنتباه

إلى أن من اللازم أن يكون المطروح والمطروح منه من نفس المرتبة حتى يتسنى لنا إجراء عملية المتمم وما يليها من خطوات.

المتمم في الثنائي:

لما كان رمزا النظام الثنائي كله هما الصفر والواحد، لذا فإن هناك متممين فقط، بحيث يكون دائماً مجموع المطروح والمتمم ساوي الواحد

0	1
1	0

مثال: أوجد ناتج طرح العددين الثنائيين التاليين:

المطروح منه ⟵ 11011

المطروح ⟵ 111

أولاً: إن متمم المطروح (111) هو (11000)، لأسباب سبق ذكرها.

ثانياً: الجمع.

```
 11011
 11000
------
110011
```

ثالثاً: الترحيل، والجمع النهائي.

```
110011
  ⟶ 1
------
 10100
```

وهو المطلوب.

التحقق:

$$(11011)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$

$$1 + 2 + 0 + 8 + 16 = 27$$

$$(111)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2) = 1 + 2 + 4 = 7$$

$$\begin{array}{r} 27 + \\ - \ 7 \\ \hline 20 + \end{array}$$

الآن: حتى نستكمل التحقق يجب أن يتساوى المقابل العشري للعدد الثنـائي الناتج (10100) مع ناتج الطرح: (20) المستخرجة عشرياً بشكل مستقل.

$$(10100)_2 \longrightarrow (0 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$

$$0 + 0 + 4 + 0 + 16 = 20$$

وهو المطلوب.

الضرب:

بشكل عام تمكن اعتبار الضرب جمعاً متكررا. ولنقدم مثالين سريعين على عملية الضرب في النظام الثنائي. وهي عملية لا تختلف عن تلك التي اعتدنا عليها في النظام العشري.

المثال الأول:

يوضح هذا المثال العملية كلها مع مقابلها العشري. ولمزيد من الاطمئنان نجري التحقق. فنرجع ناتج الضرب في النظام الثنائي على النحو التالي:

$$\begin{array}{rr} 1011 & \\ \times \quad 11 & \\ \hline 1011 & \\ 1011 & \\ \hline 100001 & \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11 \\ 3 \\ \hline 33 \end{array}$$

$$(1000001)_2 \Longleftrightarrow (1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5)$$

$$1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 32 = 33$$

وهو المطلوب.

أي أن المتاثلة التالية صحيحة:

$$(100001)_2 \longleftrightarrow (33)_{10}$$

المثال الثاني:

يحتاج هذا المثال إلى مزيد من الانتباه، حين يصل المرء إلى مرحلة جمع نواتج الضرب في الصفوف الثالث والرابع والخامس.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ \times \quad 111 \\ \hline 1111 \\ 1111 \\ 1111 \\ \hline 1101001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ 7 \\ \hline 105 \end{array}$$

وللتحقق ينبغي أن يكون الإرجاع مكافئاً للعدد العشري (105).

$$(1101001)_2 = (1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^6)$$

$$1 + 0 + 0 + 8 + 0 + 32 + 64 = 105$$

وهو المطلوب.

القسمة:

تعتبر القسمة في داخل الحاسب الإلكتروني عملية طرح متكررة. وعمليتها لا تختلف عن تلك التي كنا نجريها في النظام العشري. ويتضمن المثالان التاليان مجموعة من الأفكار الرئيسية، بما فيها فكرة استخدام الفاصلة في النظام الثنائي.

المثال الأول:

$$15 \div 3 = 5$$

$$1111 \div 11 = 101$$

```
1111    |11
11       101
----
0011
  11
----
  00
```

ملاحظة: تعالج عملية القسمة هنا كما جرت عليه العادة في النظام العشري.

المثال الثاني:

$$101101 \div 10 = 10110.1$$

$$45 \div 2 = 22.5$$

```
101101      |10
10           10110 1
------
0011
  10
------
  010
   10
------
   0010
     10
------
     00
```

ملاحظة: تعالج عملية القسمة كالسابق مع الانتباه إلى إضافة صفر قبل الفاصلة تعبيراً عن خانة الواحد في أقصى اليمين.

ولنتحقق الآن من حاصل القسمة في النظام الثنائي وذلك من خلال إرجاع هذا الحاصل إلى العشري.

$$(10110.1)_2 \longleftrightarrow (1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4)$$

$$\frac{1}{2} + 0 + 2 + 4 + 0 + 16 = 22.5$$

وهو المطلوب.

أمثلة غير محلولة لغرض التمرين:

١ - الجمع:	110111 110111 +	11111 110111 +	11011 10101 +
٢ - الطرح:	11011 10111 -	11111 1111 -	101010 10101 -
٣ - الضرب:	101111 1111 ×	10101 101 ×	11101 11101 ×
٤ - القسمة:	11111 101 ÷	10101 11 ÷	11101 110 ÷

تحقق في نهاية كل عملية بإستخدام الإرجاع.

النظام السداسي عشر: Hexadecimal System

المكونات: يتكون هذا النظام من عشرة أرقام وستة أحرف، وتتموضع هذه الأحرف من العدد عشرة حتى العدد الخامس عشر، على النحو التالي:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, <u>10</u>, <u>11</u>, <u>12</u>, <u>13</u>, <u>14</u>, <u>15</u>

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, <u>A</u>, <u>B</u>, <u>C</u>, <u>D</u>, <u>E</u>, <u>F</u>

الاشتقاق: ليكن لدينا العدد العشري (929)، والمطلوب إيجاد المقابل له في النظام السداسي عشر؟

ملاحظة: لا تختلف طريقة إيجاد العدد السداسي عشر عن الطريقة التي مرت بنا حين تم إشتقاق العدد الثنائي، وذلك بالتقسيم على أساس النظام والإحتفاظ بالباقي في ناتج كل عملية تقسيم.

أولا: بتقسيم (929) على (16) فيها (58) والباقي (1)

ثانياً: بتقسيم (58) على (16) فيها (3) والباقي (10)

ثالثاً: نحتفظ بـ (3) لأنها غير قابلة للتقسيم الصحيح على (16) ونعتبرها الباقي الثالث.

وهكذا فإن البواقي هي (3101) - وينبغي دائماً أن يكون الترتيب سليماً. فالباقي الأول محله في أقصى اليمين... والباقي الأخير في أقصى اليسار. ولما كان تمثيل العشرة هو الحرف (A)، لذا يكتب العدد السداسي عشر المستخرج كالتالي: (3 A 1).

وعليه... نكتب المتماثلة:

$$(3\,A\,1)_{16} \longleftrightarrow (929)_{10}$$

التحقق:

$$(3\,A\,1)_{16} \longleftrightarrow (1\times16^0 + A\times16^1 + 3\times16^2)$$

$$1 + 160 + 768 = 929$$

وهو المطلوب.

مثال ثان: برهن صحة المتماثلة التالية:

$$(2155)_{10} \longleftrightarrow (86\,B)_{16}$$

الطريقة الأولى: نعمل على إرجاع العدد السداسي عشر في الجهة اليمنى.

$$(86\ B)_{16} \longleftrightarrow (B\times16^0+6\times16^1+8\times16^2)$$

$$11+96+2048=2155$$

وهو المطلوب.

الطريقة الثانية: نجري الاشتقاق على العدد العشري في الجهة اليسرى.

- بتقسيم (2155) على (16) فيها (134) والباقي (11)
- بتقسيم (134) على (16) فيها (8) والباقي (006)
- بتقسيم (8) على (16) نحتفظ بالثمانية كباقي.

= = = = = = = = = =

وهكذا نجد أن المتماثلة صحيحة.

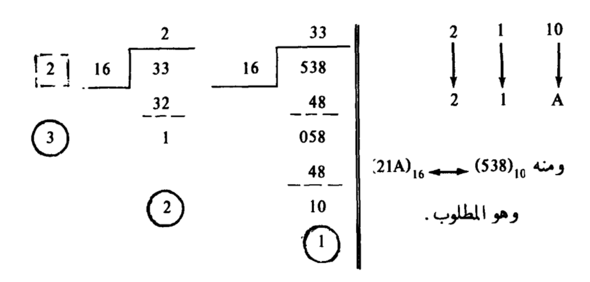
وهو المطلوب.

(العملية)

```
        16|        16|      2155
         8         134        16
       ----        128      ----
                  ----       055
                   006        48
                            ----
          (3)                075
 الباقي الثالث      (2)        64
                            ----
                              11
                             (1)
```

العدد المستخرج $(86\ B)_{16}$

مثال ثالث: أوجد العدد السداسي عشر للعدد العشري التالي: (538) ؟



النظام الثماني: Octal System

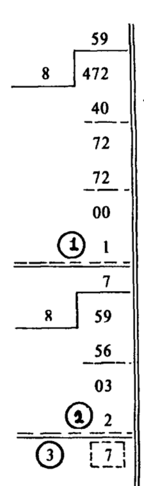
مكونات هذا النظام هي: 7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0

الأساس الذي نقسم عليه: ثمانية.

الإشتقاق: أوجد المقابل الثاني للعدد العشري التالي: (472).

- بتقسيم (472) على (8) فيها (59) والباقي: (00).
- بتقسيم (59) على (8) فيها (7) والباقي: (3).
- نحتفظ بالرقم (7) كباقي.

وعليه يصبح العدد الثماني: $(7\ 3\ 0)_8$



التحقق:

$$(730)^8 \longleftrightarrow (0\times8^0+3\times8^1+7\times8^2)_{10}$$

$$0+24+448 = 472$$

وهو المطلوب.

مثال ثان: برهن صحة المتماثلة التالية:

$$(823)_{10} \Longleftrightarrow (1467)_8$$

الطريقة الأولى: نقوم بعملية إرجاع للعدد الثاني.

$$(1467)_8 \longrightarrow (7\times8^0+6\times8^1+4\times8^2+1\times8^3)_{10}$$

$$7+48+4\times64+64\times8=7+48+256+512 = \underline{\underline{823}}$$

وهو المطلوب.

الطريقة الثانية: نقوم باشتقاق للعدد العشري وفقاً للأساس ثمانية:

①	②	③	④
823 ÷ 8 = 102	102 ÷ 8 = 12	12 ÷ 8 = 1	1
823 − 80 = 23	102 − 22 = 22	12 − 4 = 4	
23 − 16 = 7	22 − 16 = 6		
7	6	4	1

وحسب الترتيب المأخوذ به في نظام البواقي:

يصبح العدد الثماني: $(1467)_8$

وهو المطلوب.

مثال غير محلول: برهن صحة المتماثلة التالية:

$$(2013)_8 \iff (1035)_{10}$$

التحويل بين الأنظمة المختلفة:

يمكن دائماً إجراء عمليات تحويل من الأنظمة الجديدة الى النظام العشري للتحقق من المتماثلات فى مختلف الأنظمة.

ولهذا فإذا أردنا إجراء التحقق من المتماثلة التالية:

$$(11011011)_2 \iff (333)_8 \iff (D\ B)_{16}$$

نقوم بثلاث عمليات إرجاع كالتالي:

١) من الثنائي الى العشري.

٢) من الثماني الى العشري.

٣) من السداسي عشر الى العشري.

ومن الممكن أيضاً إجراء ما يلي:

١) من الثنائي الى العشري.

٢) من العشري الى الثماني.

٣) من السداسي عشر الى العشري.

ولكن هذه الطريقة تبدو شاقة خاصة إذا كانت الأعداد التي نشتغل بها كبيرة ومن مراتب عالية.

وعوضاً عن الخطوات السابقة، تتم العملية بشكل مباشر من دون أن نمر بالنظام العشري - ويبقى المماثل العشري لغرض التحقق إذا أردنا ذلك.

أولا: التحويل من الثنائي الى الثماني:

١ - لنكتب العدد الثنائي وفقاً لنظام فصل كل ثلاث خانات على حده.

فإذا كان العدد هو:

11011011

يصبح كالتالي:

011	011	011

٢ - نستخرج من كل مجموعة ثلاثية ما يقابلها في العشري. فالعدد الثنائي (011) يقابله (3) في العشري.

وبتطبيق هذه القاعدة يصبح لدينا:

011	011	011
3	3	3

٣ - بعد تطبيق القاعدتين السابقتين، يصبح المقابل العشري الجديد هو ذاته العدد الثماني، وعليه نكتب: $(333)_8 \longleftrightarrow (11011011)_2$

ثانياً: التحويل أو الإنتقال من الثنائي الى السداسي عشر.

الفكرة: لإجراء هذا التحويل نطبق القواعد السابقة، مع إختلاف مهم وهو إجراء عملية الفصل لكل أربع خانات.

ومنه نكتب ونستخرج معاً ما يلي:

11011011 ⟶ | 0000 | 1101 | 1011 | ⇒

0	1101	1011
	13	11

$(11011011)_2 \longleftrightarrow (1311)_{16}$

وبإستخدام الحروف الواجب تبديلها في التمثيل السابق يصبح لدينا ما يلي:

$(11011011)_2 \longleftrightarrow \underline{(D\ B)_{16}}$

وبهذه الطريقة السريعة تتم عمليات الإنتقال.

التحقق:

$$(11011011)_2 \rightarrow (1\times2^0 + 1\times2^1+0\times2^2+1\times2^3+1\times2^4+0\times2^5+1\times2^6+1\times2^7)$$

$$1 + 2 + 0 + 8 + 16 + 0 + 64 + 128 = (219)_{10}$$

$$(333)_8 \longrightarrow (3\times8^0 + 3\times8^1 + 3\times8^2) = 3 + 24 + 192 = (219)_{10}$$

$$(D\ B)_{16} \longrightarrow (B \times 16^0 + D \times16^1) = 11 + 208 = (219)_{10}$$

وهو المطلوب.

مثال محلول:

ما هو المماثل في النظامين الثماني والسداسي عشر للعدد الثنائي التالي: (101101111)

الثماني: 101 | 101 | 111

المقابل العشري للعدد (111) ← 7

المقابل العشري للعدد (101) ← 5

المقابل العشري للعدد (101) ← 5

ومنه: يصبح المماثل الثماني: $(557)_8$

السداسي عشر: 0001 | 0110 | 1111

المقابل العشري للعدد (1111) ← 15 أو (F) برموز السداسي عشر.

المقابل العشري للعدد (0110) ← 6

المقابل العشري للعدد (0001) ← 1

ومنه: يصبح المماثل السداسي عشر: $(16\ F)_{16}$

أمثلة غير محلولة:

١ - أوجد العدد الثماني لكل من الأعداد العشرية التالية:

1550, 1900, 3030, 8888, 1982

٢ - أوجد العدد السداسي عشر لكل من الأعداد العشرية التالية:

1616, 3232, 116611, 611611

٣ - أكمل الفراغ ما بين القوسين:

$(325)_{10} \Longleftrightarrow (\ ....\ )_8, (9998)_{10} \Longleftrightarrow (\ .....\ )_8$

$(1982)_{10} \Longleftrightarrow (\ ....\ )_{16}, (8570)_{10} \Longleftrightarrow (\ .....\ )_{16}$

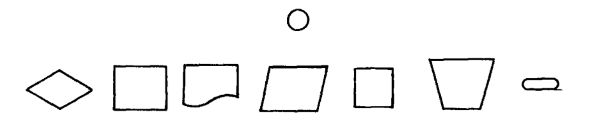
٤ - أوجد المماثل في النظامين الثماني والسداسي عشر للأعداد الثنائية التالية:

$(1011110)_2, (11111)_2, (101010)_2$

٥ - تحقق من المتماثلة التالية:

$(11111111)_2 \Longleftrightarrow (377)_8 \Longleftrightarrow (FF)_{16}$

وذلك من خلال الإنتقال المباشر والإنتقال غير المباشر.



الذاكرة: Memory

الذاكرة هي عبارة عن حلقات[١] معدنية متناهية في الصغر، دقيقة ومطلية بأكسيد الحديد المغناطيسي.. ومن ظواهر هذه الحلقات الدقيقة المطلية التمغنط إذا مر التيار في كلا السلكين الدقيقين اللذين يمران بمركزها بشكل متعامد مع بعضها.

وفي غالبية الحاسبات الالكترونية تبلغ الأقطار الداخلية لهذه الحلقات الصغيرة جداً أو النويات (Cores) حوالي: (0.3 mm) ويسمى السلكان الماران بالنوية: السلك السيني، والسلك الصادي أو العيني:

(X – wire , Y – wire)

وبسبب هذه التقنية في وضع السلكين تمكن صانعو الحاسبات الالكترونية من تحديد إحداثيات النوية المدروسة. ولقد تم تجهيز هذين السلكين بحيث لا تتمغنط النوية إلا إذا مر التيار في السلكين معاً. وهذا يعني أن مجموع الجهدين يساوي الواحد. (يتولد نصف جهد من مرور تيار في كل سلك).

وفي كافة الأحوال أن المعلومات الداخلة الى الحاسبات الالكترونية تتحول فور قراءتها الى نبضات (Pulses) كهربائية سريعة تؤثر في الموقع المعرّف بالاحداثيات الديكارتية*.

ولما كانت غالبية الحاسبات الالكترونية تستخدم الرقم الثنائي (Binary digit) لذا يفضل أن نَصِفَ وحدة المعلومات (Unit information) في هذه الحاسبات بمصطلح « البت »: Bit. وهذا المصطلح مشتق بشكل تركيبي من الحرف: الأول في كلمة (Binary) والحرفين الأخيرين في كلمة (digit).

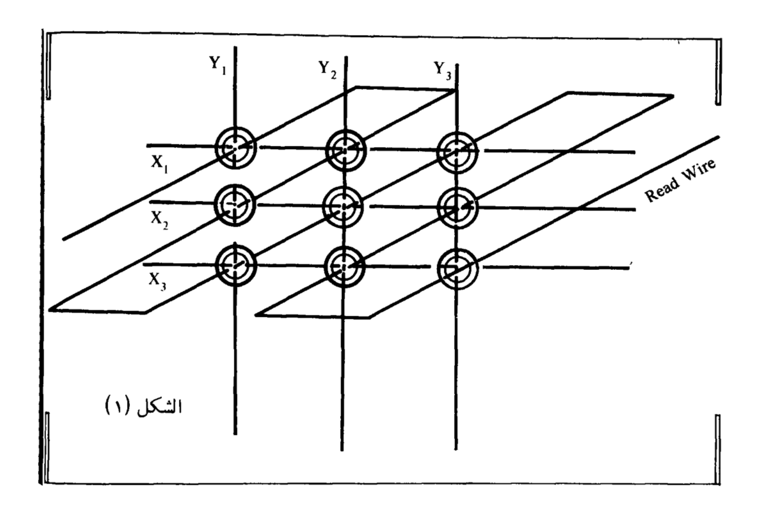
---

(١) هناك اضطراب في الكتابات العربية بشأن المصطلح العربي المقابل لكلمة (core) فبعضهم يرى أنها حلقات صغيرة، والبعض الثاني يصفها بالجزيئة، وآخرون يفضلون « النوية ».

(*) كذا تعرف على الرغم من أن شكلها المعاصر هو من تطوير تلامذته..

ومن حيث احتمالات مكونات البتّات (Bits) نجد أن إحتمالات الأرقام في بتّين اثنين (TWO Bits) هي على النحو التالي: (00, 01, 10, 11)

واحتمالات (n Bits) هي، بشكل عام: (2^n).



تمثيل مبسّط لأوضاع النويات والأسلاك.

ملاحظة: إن السلك الثالث الذي يمر بكل النويات كما هو موضح إنما هو سلك الحساسية أو ما يسمى سلك القراءة.

الشكل (٢)







One – state   Zero – state

يظهر من هذا التمثيل المبسّط للإتجاهين: مع عقارب الساعة وضدها أنه في حالة التوافق تكون النوية مضاءة وفي حالة التضاد مطفأة.

وحتى تتم السيطرة على العمليات الالكترونية بشكل أفضل اضطر العلماء إلى تعريف جديد وتقنية جديدة.

فوضعوا مصطلح « طول الكلمة »: Word – length، لضمان عدم الإضطراب في تمثيل الحروف والإشارات والأرقام في نويات الذاكرة – علماً بأن الحروف والإشارات، كلها تمثّل أيضاً بأرقام ثنائية تمّ الاصطلاح عليها لا غير.

ومن هنا اتجهت الخبرات التقنية نحو تأليف: « مجموعة البتّات »(Bit-groupings).

وعلى رغم إختلاف التقنيات في الحاسبات الالكترونية – وبالتالي إختلاف ما يعرف بطول الكلمة – إلا أن الغالب الأعم هو أن يكون طول الكلمة: (32 Bits).

ولقد تم تجهيز هذا الطول على شكل أقسام، يحتوي كل قسم على ثمانية بتّات: (8 Bits).

ويسمى كل قسم من هذه الأقسام: البايت: (Byte) ومنه نكتب:

---

1 Byte = 8 Bits

ومنعاً لأي التباس في التوصيف تمّ الاتفاق الصناعي على أن يحتل الحرف الواحد أو الرقم العشري الواحد: « بايت كامل ».

ومنه نكتب:

كل حرف أو رقم عشري يتموضع في (Byte) كامل أو في ثمانية بتّات (8-Bits).

أمثلة:

(١) ما هو تمثيل الأرقام التالية (4, 3, 2, 1)؟

(٢) ما هو تمثيل أو أسلوب تخزين العدد العشري التالي: (52335)؟

الحلول:

في المثال الأول نكتفي بوضع شكل واحد، ونستعين به لتوضيح الحلول.

ملاحظة (١) عدد البتّات في الشكل المرافق هو ثمانية فقط أو بايت واحد. لأن كل رقم، كما ذكرنا، يتموضع في بايت واحد - كامل.

ملاحظة (٢) بتحويل الأرقام العشرية إلى ثنائية نحصل على المتماثلات التالية:

$$(1)_{10} \longleftrightarrow (1)_2$$

$$(2)_{10} \longleftrightarrow (10)_2$$

$$(3)_{10} \longleftrightarrow (11)_2$$

$$(4)_{10} \longleftrightarrow (100)_2$$

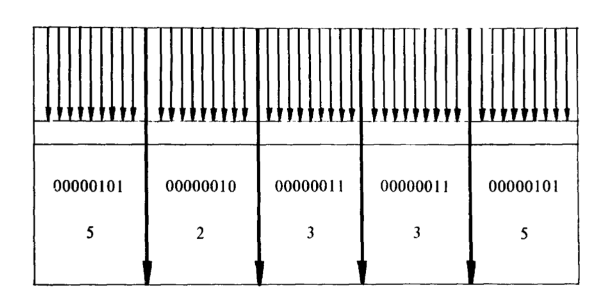
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
0	0	0	0	0	0	0	1	1 = N
0	0	0	0	0	0	1	0	2 = N
0	0	0	0	0	0	1	1	3 = N
0	0	0	0	0	1	0	0	4 = N

سؤال مولّد من المثال: ما هو أسلوب تخزين الأرقام التالية للأربعة - حتى العشرة؟.

حل المثال الثاني:

إن المثال الثاني مؤلف من خمس خانات؛ إذن يكون مجموع البايتات بعدد الخانات...

ملاحظة: تعمدنا هنا وضع تمثيل مبسّط غير التمثيل المستخدم في المثال الأول - لغرض النوضبح لا غير.



سؤال مولد:

ما هو أسلوب تخزين العدد العشري (2020)؟

احتمالات التمثيل:

في العادة تتكون العبارة المستخدمة في برنامج من حروف أو إشارات أو أرقام أو من مزيج مفهوم بينها.

وبشكل عام: إن عدد الأرقام عشرة « من الصفر الى التسعة ».

وعدد الحروف الأبجدية « ستة وعشرون حرفاً ».

وعدد الإشارات الخاصة « ستة عشر شكلا - منها: + ، - ، × ، ÷ ، &,$,...»

وهذا يؤلف لدينا « ٥٢ » تمثيلا.

النظام العشري المرمّز ثنائياً: Binary Coded decimal System

(B.C.D)

وجدنا في السابق أن النظام الثنائي البحت (Pure Binary System) كان يقتضي تخصيص ثمانية بتّات لأي رقم عشري أو حرف أبجدي. ولا بد أن يكون المتأمل في نتائج التخزين قد لاحظ «هدراً» ملموساً في أجزاء عديدة من النويات. ومن الممكن أن يعود القارىء الى المثال الثاني السابق حتى يستطيع بنفسه عدد النويات غير الموظفة. ولهذا اضطر العلماء إلى إعادة النظر في عدد الأقسام التي تؤلف الكلمة، وبدلا من أن يضعوا تعريفاً جديداً للبايت وبالتالي البتّات المكونة له، اتفقوا على أن يعتبروا «نصف البايت» فقط هو الذي يمكن أن يشغله الحرف الواحد أو الرقم الواحد..

وهكذا نجد ما يلي:

في المثال الثاني شغل العدد العشري: (52335) خمسة بايتات أو: (5×8=40 Bits) وفقاً للأسلوب البحت (P.B.S).

وأما في (B.C.D.S)، فإن كل رقم عشري يتموضع في أربعة بتّات فقط أو في «نصف بايت» وهذا يعني أن العدد العشري المذكور سيشغل في النظام الثنائي «المضغوط»: 5×4 = 20 Bits = 2 1/2 Byte

★ ★ ★ ★

أمثلة غير محلولة:

(١) ما هو أسلوب تخزين الأعداد العشرية التالية:

5050, 1212, 1111

(٢) ما هو أسلوب تخزين الأعداد الثنائية التالية:

101010101, 000111010, 1000000000

(٣) أوجد المماثلات، فى النظام السداسي عشر، للأعداد الثنائية التالية: ثم بين أساليب تخزينها:

1101101, 00101011, 111110

(٤) أوجد المماثلات، فى النظام الثنائي، للأعداد السداسية عشر والثمانية التالية:

(BD) , (FF) , (3F) , (102A) , (351) , (007)

(٥) ما هو أسلوب تخزين أعداد المثال الثانى فى نظام (B.C.D)؟.

عيوب النظام الثنائي:

لم يظهر نظام (B. C. D)، أو النظام العشري المرمز ثنائياً إلا بسبب شعور علماء الكمبيوتر بقسوة المحنة التي يعانونها من النظام الثنائي البحت (P.B)، على الرغم من أنه كان ولا يزال الحل الوحيد في علوم الكمبيوتر.

ولا شك في أن المصدر الرئيسي الذي تستند إليه هذه الأفضلية في إختياره يعود أولا وأخيراً الى أنه الوحيد بين كافة الأنظمة الذي لا يحتاج في تمثيل الأرقام إلا الى رمزين وهما الصفر والواحد.

وهذا يعني بلغة الكمبيوتر: اما أن النوبة مطفأة (صفر) أو مضاءة (واحد).

ولكن كيف يتم التخلص من المراتب العالية التي تظهر في هذا النظام.

فالعدد العشري (555) هو ثلاثي الخانات في النظام العشري، ويصبح في النظام الثنائي عدداً بعشرة مراتب.. أي أن سبع خانات قد أضيفت دفعة واحدة.. وهذا يتضح من التمثيل التالي:

العدد الثنائي	العدد العشري
1000101011	555
1000000000	$512 = 2^9$
100000000	$256 = 2^8$
10000000	$128 = 2^7$

وكان من الممكن أن نستنتج هذه الظاهرة من تمثيل المرتبتين: الأولى والثانية.

العدد الثنائي	العدد العشري
10	2
1111	15
101111	47

ومن الواضح أن هذا الازدياد في خانات التمثيل الثنائي ينطوي على عيوب فنية تؤثر على الأعمال المحسوبة الكترونياً.

إذ أن كل زيادة في المراتب أو الخانات يعني بالضرورة ما يلي:

(١) إشغال أكبر عدد من نويات الذاكرة - وهذا الوضع يعرّض الذاكرة لحالات « الطوفان ».

(٢) تقليل سرعة العمليات في الحاسبات الالكترونية.

وإذا كان نظام (P.C.D) قد حلّ جزئياً العيب الأول إلا أنه لم يستطع أن ينهي كلياً على وجود المشكلة الرئيسية وهي « تضخم الخانات ».

ولهذا السبب ظهرت الأنظمة المساعدة (الثماني، السداسي عشر...).

ولكن هذه الأنظمة المساعدة ليست كافية، فضلا عن أنها تشتمل على تعقيد واضح من خلال إستنادها على تشكيلات النظام الثنائي نفسه.

وهكذا ظل السؤال قائماً:

كيف يمكن السيطرة على الثنائي تحديداً، ولو من خلال التخلص منه؟.

****

النظام الثلاثي المثنّى:

في النصف الثاني من الستينات كان العالم العربي السوري المهندس خير الدين حقي يفكر - كغيره من علماء الرياضيات - بالمحنة القاسية التي يتعرض لها مبرمجو الحاسبات الالكترونية.

وكان يكفيه أن يقع على مدخل رياضي مهم حتى يشرع في بناء النظام الأمثل للحاسبات.

وجاءت الفرصة في حدود عام ١٩٦٥م حين كان يشتغل بلغز رياضي من تلك الألغاز النوعية أو المسائل المدهشة في تاريخ الالهام البشري.

اللغز:

وقع حجر يزن أربعين رطلا على الأرض، فانكسر الى أربعة أجزاء، وبعد معاينتها وجد أن هذه الأجزاء الأربعة تسمح بأن يزن المرء بها الأوزان الصحيحة التي تقع بين الرطل الواحد.. والأربعين رطلا. فما هي الأوزان الحقيقية الصحيحة لهذه الأجزاء؟

□ وبعد اشتغاله، بحثاً عن الإجابة السليمة، إكتشف الأستاذ حقي أن هذه الأوزان الأربعة المجهولة هي على النحو التالي: (بالأرطال).

1, 3, 9, 27

وإذا إفترضنا أننا نريد أن نزن بها قطعة مجهولة الوزن، بإستخدام ميزان ذي كفتين فماذا نجد؟

لنتصور الآن أننا نجحنا في إحداث توازن بين الكفتين، من خلال توزيع سليم للقطع المعلومة الوزن.

على سبيل المثال:

نضع القطعة المجهولة في الكفة اليسرى، وإلى جانبها قطعتان معلومتان هما (3,9). وكانت هذه القطع الثلاث في الكفة اليسرى متوازنة مع قطعتين معلومتين موضوعتين على الكفة اليمنى. هذا يعني أن حالة التوازن تقتضي كتابة المعادلة التالية:

الكفة اليسرى		الكفة اليمنى
$X + 3 + 9$	$=$	$1 + 27$

$$X = 28 - 12$$

$$X = 16$$

إذن القطعة المجهولة تزن ستة عشر رطلا.

وإذا أجرينا توازناً جديداً لقطعة مجهولة جديدة، وكان ناتج التوازن من الشكل:

الكفة اليمنى	الكفة اليُسرى

$$X + 9 = 1 + 3 + 27$$
$$X = 31 - 9$$
$$X = 22$$

أي أنها تزن اثنين وعشرين رطلا.. وهكذا دواليك.

□□ وكان من الممكن أن يقف التفكير الرياضي العلمي بعد إنجاز الحل بالطريقة السابقة.

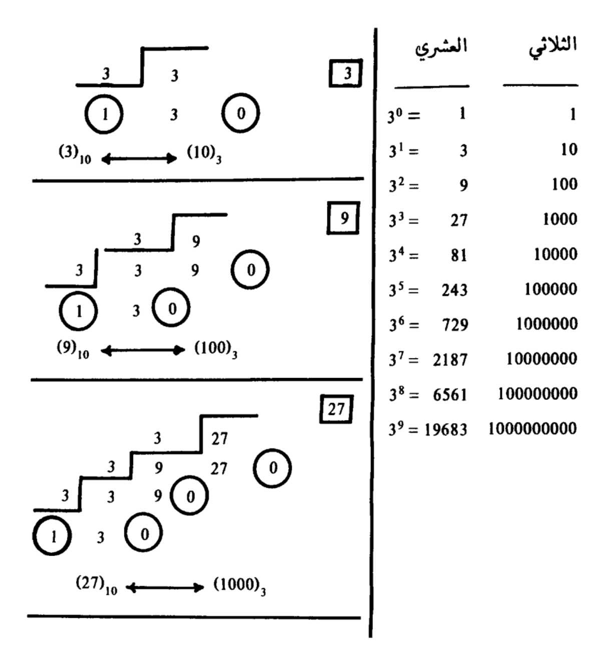
غير أن الأستاذ حقي إستشف في هذه المسألة قضية بالغة الخطورة، تتعلق بتلك المشكلة التي كان يعاني منها المشتغلون بالحاسبات الالكترونية.

فبدأ تحليله لنتائج المسألة السابقة على هذا النحو:

أولا: للأوزان المكتشفة أو التي أصبحت معلومة أساس واحد وهو الثلاثة:

$$3^0 = 1$$
$$3^1 = 3$$
$$3^2 = 9$$
$$3^3 = 27$$

ثانياً: إذا أوجدنا تمثيلا جديداً وفقاً للأساس (ثلاثة) وأجرينا الإشتقاق بالاعتماد عليه - كما جرت العادة في الأنظمة السابقة - نجد ما يلي:



	العشري	الثلاثي
$3^0 =$	1	1
$3^1 =$	3	10
$3^2 =$	9	100
$3^3 =$	27	1000
$3^4 =$	81	10000
$3^5 =$	243	100000
$3^6 =$	729	1000000
$3^7 =$	2187	10000000
$3^8 =$	6561	100000000
$3^9 =$	19683	1000000000

ولنحاول أن نتذكر جيداً المغزى العميق الذي تتضمنه المسألة السابقة - اللغز.

فالمسألة تقول:

إن الأرقام (1, 3, 9, 27) العشرية أو ((1, 10, 100, 1000)) الثلاثية قادرة على تمثيل أي رقم بين الواحد والأربعين. أي أننا في النظام الثلاثي نستطيع أن نعبّر عن كل الأرقام العشرية من الواحد الى الأربعين بما لا يتعدى الأربع خانات فقط.

الثلاثي	الثنائي	العشري
1111=(1000+100+10+1)	101000	(1+3+9+27)=40

$$(40)_{10} \longleftrightarrow (101000)_2 \longleftrightarrow (1111)_3$$

وبعد التأمل في المتماثلة السابقة نجد أن أربع خانات فى الثلاثي تقابلها ست خانات في الثنائي. **وهذا يعني أن الثلاثي يحقق قفزة جديدة في القدرة على إختصار الخانات.**

والآن.

لو قمنا بإجراء العمليات الحسابية الرئيسة على الأرقام الموجودة بين (3^0) و(3^3) وما عاثلها فى الثلاثي: (1) و (1000) ثم قارنا ذلك بما نحصل عليه فى التمثيل الثنائي لوجدنا النتيجة لصالح الثلاثي. أى أن هناك نقصاً ملموساً فى عدد الخانات.

ولنقارن ذلك بإجراء عملية الضرب:

الثلاثي	الثنائي	العشري
1 × 10 × 100 × 1000 1000000	1 × 11 × 1001 × 11011 = 1011011001	1 × 3 × 9 × 27 = 729
(سبع خانات)	(عشر خانات)	(ثلاث خانات فقط)

تصور اخر:

الثلاثي	الثنائي	العشري
• • • • •	1000000000	$2^9 = 512$
1000000000	• • • • • • •	$3^9 = 19683$

من التصور الأخير نجد أن بإمكاننا تمثيل أي رقم عشري قبل العدد (19683) بما لا يتعدى عشر خانات في الثلاثي.

بينما لا يسمح الثنائي بذلك. فعشر خانات فيه لا تتعدى (512)

وهذا هو البرهان الأخير على قدرة الثلاثي في ضغط الخانات.

ولكننا الى الآن لجأنا الى الإشتغال بالقوى المتصاعدة للأساس ثلاثة. أي أن علينا أن نجد التمثيل الثلاثي لما بين هذه القوى المتصاعدة.. مثال ذلك: (5) - تقع بين (3^1) و (3^2).

وبشكل عام نجد ما يلي:

	العشري	الثلاثي
$3^0 =$	1	1
	2	2
$3^1 =$	3	10
	4	11
	5	12
	6	20
	7	21
	8	22
$3^2 =$	9	100
	10	101

□ مكونات هذا النظام:
(0, 1, 2)

□ والمتمم يؤخذ على النحو التالي:

0	1	2
2	1	0

وبما أن هناك إحتمالين وحيدين يمكن قبولهما في العمليات المحوسبة الكترونياً - حيث النوبة إما مطفأة أو مضاءة - لذا ينبغي التخلص من الرقم (2) الذي يدخل في مكونات النظام الثلاثي.

ولنأخذ على سبيل المثال التمثيل الثلاثي للرقم خمسة:

$$(5)_{10} \longleftrightarrow (12)_3$$

ومن الممكن كتابة الخمسة على النحو التالي (بإستخدام الأساس (3) والقوى التصاعدية فقط:

$$5 = (3^2 - 3^1 - 3^0)$$

وفي التمثيل الثلاثي:

$$(5)_{10} \Longleftrightarrow (100 - 10 - 1)$$

وهذا يعني أن الرقم (100) موجب و (10) و (1) سالبان. ولكن لماذا لا نكتب الصيغة السابقة بطريقة جديدة:

إن الخانة الثالثة ——— موجبة

والخانة الثانية ——— سالبة

والخانة الأولى ——— سالبة

وهذه الصيغة تعطينا ما يلي:

$$(5)_{10} \Longleftrightarrow (\overset{+}{1}\ \bar{1}\ \bar{1})_{3,\ 2}$$

والجهة اليمنى تعني تمثيلا جديداً وهو الثلاثي المثنى.

وبشكل عام يمكن دائماً إبدال الرقم (2) الذي يظهر في مكونات التمثيل الثلاثي كما يلي:

$$(2)_3 \Longleftrightarrow (3^1 - 3^0)$$

$$(10 - 1)$$

$$\boxed{(2)_3 \Longleftrightarrow (1\ \bar{1})_{3,\ 2}}$$

وبطريقة مشابهة يمكن إستنتاج مقابل (2 -)

$$\left.\begin{aligned} -2 &= 3^0 - 3^1 \\ &= 1 - 10 \end{aligned}\right\} \longrightarrow \quad (-2)_3 \rightarrow (\bar{1}1)_{3,2}$$

وكذلك يمكن إستنتاج القاعدة التالية:

$$\boxed{1\bar{1} + \bar{1}1 = 0}$$

الانتقال من الثلاثي إلى الثلاثي المثنى:

في الحالة التي لا يدخل فيها الرقم (2) في مكونات العدد الثلاثي يعتبر هذا العدد نفسه هو العدد الثلاثي المثنى.

وفي حالة دخول الرقم (2) في مكونات العدد الثلاثي نقوم بإبداله بما يساويه، أي: $(1\ \bar{1})$.

مثال: بعد اشتقاق العدد (17) استناداً على الأساس ثلاثة نحصل على المتماثلة التالية:

$$(17)_{10} \longleftrightarrow (122)_3$$

الحل:

الثلاثي	الثلاثي المثنى
100	110
020	$1\bar{1}0$
002	$01\bar{1}$
122	$1\bar{1}0\bar{1}$

$$(1\bar{1}0\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (122)_3$$

وللتأكد من صحة المتماثلة نقوم بعملية الإرجاع، علماً بأن الأساس هو الثلاثة نفسها.

$$(122)_3 \longleftrightarrow (2 \times 3^0 + 2 \times 3^1 + 1 \times 3^2)$$

$$2 + 6 + 9 = 17$$

$$(1\bar{1}0\bar{1}) \longleftrightarrow (\bar{1} \times 3^0 + 0 \times 3^1 + \bar{1} \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$-1 \times 1 + 0 - 1 \times 9 + 27 = +\underline{\underline{17}}$$

وهو المطلوب.

أمثلة محلولة:

(١) $(19)_{10} \longleftrightarrow (201)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2}$

(٢) $(20)_{10} \longleftrightarrow (202)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2}$

(٣) $(21)_{10} \longleftrightarrow (210)_3 \longleftrightarrow (?)_{3,2}$

	الثلاثي	الثلاثي المثنى
(١)	200	$1\bar{1}00$
	000	0000
	1	0001
	201	$1\bar{1}01$
	$(201)_3$	$\longleftrightarrow (1\bar{1}01)_{3,2}$

	الثلاثي	الثلاثي المثنى
(٢)	200	$1\bar{1}00$
	000	0000
	002	$001\bar{1}$
	202	$1\bar{1}1\bar{1}$
	$(202)_3$	$\longleftrightarrow (1\bar{1}1\bar{1})_{3,2}$

(٣)

$$\begin{array}{r} 200 \\ 010 \\ 000 \\ \hline 210 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\bar{1}00 \\ 0010 \\ 0000 \\ \hline 1\bar{1}10 \end{array}$$

$$(1\bar{1}10)_{3,2} \Longleftrightarrow (210)_3$$

التحقق :

(١)

$$(201)_3 \longrightarrow (1 \times 3^0 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^2)$$
$$= 1 + 0 + 18 = 19$$
$$(1\bar{1}01)_{3,2} \longrightarrow (1 \times 3^0 + 0 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$
$$= 1 + 0 - 9 + 27 = 19$$

---

(٢)

$$(202)_3 \longrightarrow (2 \times 3^0 + 0 \times 3^1 + 2 \times 3^2)$$
$$= 2 + 0 + 18 = 20$$
$$(1\bar{1}1\bar{1})_{3,2} \longrightarrow (- 1 \times 3^0 + 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$
$$= - 1 + 3 - 9 + 27 = 20$$

---

(٣)

$$(210)_3 \longrightarrow (0 \times 3^0 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^2)$$
$$= 0 + 3 + 18 = 21$$
$$(1\bar{1}10)_{3,2} \longrightarrow (0 \times 3^0 + 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$
$$= 0 + 3 - 9 + 27 = 21$$

العشري	الثلاثي	الثلاثي المثنى
19	201	$1\bar{1}01$
20	202	$1\bar{1}1\bar{1}$
21	210	$1\bar{1}10$
22	211	$1\bar{1}11$
23	212	$101\bar{1}$
24	220	$10\bar{1}0$
25	221	$10\bar{1}1$
26	222	$100\bar{1}$
27	1000	1000

العمليات الحسابية:

الجمع:

① $15 + 22 = 37$

$1\bar{1}\bar{1}0 + 1\bar{1}11 = ?$

$$\begin{array}{r} 1\bar{1}11 \\ 1\bar{1}\bar{1}0\ + \\ \hline 1101 \end{array}$$

يلاحظ في عملية الجمع هذه أننا احتجنا إلى جمع الأعداد السالبة: (١̅) + (١̅) تساوي (-٢) أو (١̅١).

② $34 + 11 = 45$

$11\bar{1}1 + 11\bar{1}1 = 1\bar{1}\bar{1}00$

ومن الممكن التحقق من أن المتماثلة السابقة صحيحة.

$$(45)_{10} \longleftrightarrow (1\bar{1}\bar{1}00)_{3,2}$$

الطرح: تتم أيضاً وفقاً لطريقة المتمم الحسابي، ويؤخذ المتمم كالتالي:

الأصل	+1	0	-1
المتمم	-1	0	+1

مثال: $22 - 15 = 7$

$1\bar{1}11 - 1\bar{1}\bar{1}0 = ?$

متمم $(1\bar{1}\bar{1}0)$ هو $(\bar{1}110)$.

$$\begin{array}{r} 1\bar{1}11 \\ \bar{1}110 \\ \hline 01\bar{1}1 \\ 0 \\ \hline 1\bar{1}1 \end{array}$$

التحقق:

$$(1\bar{1}1) \longleftrightarrow (1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2)$$

$$1 - 3 + 9 = +7$$

وهو المطلوب.

ملاحظة: كان من الممكن إجراء عملية الطرح بضرب (-١) في المطروح فيصبح $(\bar{1}110)$ وبالتالي نستكمل عملية الجمع كأننا استخرجنا المتمم الحسابي للمطروح نفسه.

ولا ينبغي أن يفوت على المرء الانتباه إلى أننا في آخر مرحلة لم نعمل أي شيء، فترحيل أقصى رقم إلى اليسار ثم جمعه مع آخر رقم في أقصى اليمين، ليس مجدياً في المثال السابق، لأن الرقم المرحّل كان يساوي الصفر. وسنرى كيف يتجاوز هذا النظام الجديد كل عمليات المتمم الحسابي.

$34 - 11 = 23$

$11\bar{1}1 - 11\bar{1} = ?$

متمم $(11\bar{1})$ هو $(0\bar{1}\bar{1}1)$

$$\begin{array}{r} 11\bar{1}1 \\ 0\bar{1}\bar{1}1\ - \\ \hline 10\bar{1}\bar{1} \\ 1 \\ \hline \bar{1}0 \end{array}$$

بعد إجراء عمليات المتمم الحسابي نجد أن النتيجة هي ($0\bar{1}$). ومن الواضح أنَ هذه النتيجة لا معنى لها كجواب، لأننا لو أجرينا عليها عملية الإرجاع لوجدنا ($\bar{1}0$) تساوي (3-). ولكن لو أخذ المطروح ($\bar{1}11$) وضربناه بـ(1-) لأصبح ($\bar{1}\bar{1}1$) والآن لنجمع المطروح منه مع المطروح الجديد.

والمتماثلة التالية صحيحة:

$$(10\bar{1}\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (23)_{10}$$

$$\begin{array}{rl} 11\bar{1}1 & \text{المطروح منه} \\ \oplus\ \ 0\bar{1}\bar{1}1 & \text{المطروح « الجديد »} \\ \hline 10\bar{1}\bar{1} & \end{array}$$

$$(10\bar{1}\bar{1}) \longrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 0 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$-1 - 3 + 0 + 27 = 23$$

وهو المطلوب.

مثال ثالث:

$$32 - 25 = 7$$

$$11\bar{1}\bar{1} - 10\bar{1}1 = ?$$

مباشرة نكتب ما يلي: (بعد تغيير إشارات المطروح)

$$(1\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (7)_{10}$$

$$\begin{array}{l} 11\bar{1}\bar{1} \\ \bar{1}01\bar{1}\ + \\ \hline 01\bar{1}1 \end{array}$$

مثال رابع:

$$38 - 14 = 24$$

$$111\bar{1} - 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} = ?$$

$$\begin{array}{l} 111\bar{1} \\ \bar{1}111\ + \\ \hline 10\bar{1}0 \end{array}$$

ومنه:

$$111\bar{1} + \bar{1}111 = 10\bar{1}0$$

التحقق:

$$(1 0 \bar{1} 0) = (0 \times 3^0 + \bar{1} \times 3^1 + 0 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$

$$0 - 3 + 0 + 27 = 24$$

وهو المطلوب.

ملاحظة: من الأمثلة السابقة نجد أن النظام الثلاثي المثنّى يتفوق على الأنظمة السابقة في عملية الطرح.

وتجدر الاشارة هنا إلى أن عدم مرور النظام الثلاثي المثنى بطريقة المتمم الحسابي في عملية الطرح لا يشكل الاستثناء الوحيد في استخدامات طريقة المتمم . فحتى في الحالات السابقة كلها لم يكن باستطاعتنا إجراء عملية الطرح بطريقة المتمم في حالة تساوي المطروح مع المطروح منه .

مثال: في النظام الثنائي ينبغي أن تكون النتيجة التالية مساوية للصفر.

$$10101 - 10101 = 0 \,.$$

ولكن؟

ماذا لو طبقنا طريقة المتمم؟

إن متمم (10101) هو (01010)

بعد إجراء العملية نجد أن الجواب غير صحيح لأن المتماثلة غير صحيحة على الإطلاق.

```
 10101
 01010
 -----
 11111
 └─> 1
 -----
 10000
```

$$(10000)_2 \not\Longleftrightarrow (0)_{10}$$

وبالإرجاع نجد أن الجواب يساوي (2^4) أي (16) وكان ينبغي أن يساوي الصفر.

وبشكل عام نقول عن المتمم الحسابي ما يلي:

(١) لا يستخدم إذا كان المطروح يساوي المطروح منه.

(٢) يستعاض عن طريقته في النظام الثلاثي المثنى بتبديل إشارات المطروح.

الضرب: ١

$8 \times 5 = 40$

$10\bar{1} \times 1\bar{1}\bar{1} = ?$

$(1111) \Longleftrightarrow (1 \times 3^0 + 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$

$$1 + 3 + 9 + 27 = 40$$

وهو المطلوب.

١

$$\begin{array}{rl} 10\bar{1} & \\ 1\bar{1}\bar{1} & (\times) \\ \hline \bar{1}01 & \\ \bar{1}010 & \\ 10\bar{1}00 & \\ \hline 01111 & \end{array}$$

٢

$14 \times 5 = 70$

$1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \times 1\bar{1}\bar{1} = ?$

$(10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (70)_{10}$

٢

$$\begin{array}{rl} 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} & \\ 1\bar{1}\bar{1} & (\times) \\ \hline \bar{1}111 & \\ \bar{1}1110 & \\ 1\bar{1}\bar{1}\bar{1}00 & \\ \hline 010\bar{1}\bar{1}1 & \end{array}$$

ويمكن تطبيق طريقة الإرجاع لغرض التحقق.

القسمة:

لا تختلف عملية القسمة في النظام الثلاثي المثنى عن تلك التي كانت تجري في الأنظمة الأخرى. ولنفترض أن لدينا العملية التالية:

$$10\bar{1}\bar{1}1 \div 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} = ?$$

أولاً: بالمقارنة بين المقسوم ($10\bar{1}\bar{1}1$) والمقسوم عليه ($1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) نجد أن الأول أكبر

من الثاني – من خلال التأمل في المراتب وقيمها من غير إجراء عملية الإرجاع.

ثانياً: يتحول الطرح في العمليات الجزئية للقسمة إلى عملية تبديل إشارات فقط، وبعد ذلك تستكمل عملية الجمع.

مثال:

$$\begin{array}{r|l} 10\bar{1}\bar{1}1 & 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} \\ \mp\pm\pm\pm & \overline{} \\ 1111 & 1 \\ \hline 01001 & \end{array}$$

ملاحظة: نلاحظ أن الباقي وهو (1001) أكبر من المقسوم عليه ($1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$).

ومن ناحية رياضية يمكن تحليل العدد الباقي وهو (1001) والعدد المقسوم عليه ($1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) كما يلي:

بمقارنة العددين السابقين نجد أن أقصى رقم إلى اليسار في كلا العددين هو من المرتبة الثالثة – أي (3^3). وفي حين ينخفض العدد المقسوم عليه بمقدار المراتب السالبة نجد أن العدد الباقي يحافظ على قيمته وهي (27) مضافاً إليها الواحد.

وهكذا من غير إجراء عملية «إرجاع» نقول بالتأمل الخاطف أن «الباقي» أكبر من «المقسوم عليه».

وعلى الرغم من أن مثل هذه النتيجة في القسمة العشرية العادية تفترض إعادة النظر في ناتج القسمة إلا أن بإمكاننا أن نتابع آخذين بعين الاعتبار عدم تداخل مراتب «نواتج القسمة». وهذا يعني أن نستكمل عملية القسمة ونضع عامل القسمة الجزئية الثانية تحت العامل الأول المستخرج من عملية القسمة الجزئية الأولى (وهو الواحد في المثال).

		$10\bar{1}\bar{1}1$	$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$
القسمة الجزئية الأولى	تغيير الإشارات	$-++++$ $+----$ 11111	1
		01001	1
القسمة الجزئية الثانية		$----$ $+---$ 1111	
		$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	

ومن ناتج القسمة الجزئية الثانية نجد أن الباقي يساوي ($1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$)، وهذا الباقي يساوي بدوره العدد المقسوم عليه.

وفي هذه الحالة نجري جمع العاملين السابقين ونستكمل القسمة الجزئية الثالثة (مع الأخذ بعين الإعتبار ما يجري عادة في القسمة العشرية).

$10\bar{1}\bar{1}1$	$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	
$-+++$ $+---$	1	عامل القسمة الجزئية الأولى
1111	1	عامل القسمة الجزئية الثانية
01001 $-+++$ $+---$	$1\bar{1}$	مجموع العاملين
1111	1	عامل القسمة الجزئية الثالثة
$1\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ $-+++$ $+---$ 1111	$1\bar{1}\bar{1}$	ناتج القسمة الكلية
0000		

التحقق:

$$(1)\quad (10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 0 \times 3^3 + 1 \times 3^4)$$
$$= 1 - 3 - 9 + 0 + 18 = 82-12$$
$$(10\bar{1}\bar{1}1)_{3,2} \longleftrightarrow (70)_{10}$$
$$(2)\quad (1\bar{1}\bar{1}\bar{1})_{3,2} \longleftrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 - 1 \times 3^2 + 1 \times 3^3)$$
$$= -1 - 3 - 9 + 27 = 27 - 13$$
$$= 14$$
$$(3)\quad (1\bar{1}\bar{1}) \longleftrightarrow (-1 \times 3^0 - 1 \times 3^1 + 1 \times 3^2)$$
$$= -1 - 3 + 9 = 9 - 4$$
$$= 5$$

ولما كان:

$$70 \div 14 = 5$$

إذن عملية القسمة صحيحة أي:

$$10\bar{1}\bar{1}1 \div 1\bar{1}\bar{1}\bar{1} = 1\bar{1}\bar{1}$$

وباتباع الخطوات السابقة يمكن أيضاً البرهنة على صحة القسمة التالية:

$$1\bar{1}\bar{1}01 \div 10\bar{1}\bar{1} = 1\bar{1}\bar{1}$$

وكذلك يمكن البرهان على ما يلي:

$$1\bar{1}01\bar{1}1000\bar{1} \div 100\bar{1}1\bar{1} = 1\bar{1}011$$

مع الأخذ بعين الإعتبار تلك الملاحظة التي أوردناها سابقاً والتي تقضي بالتأمل في خانات المقسوم والمقسوم عليه.

فالمقسوم عليه وهو هنا ($100\bar{1}1\bar{1}$) يتكون من ست خانات.

فإذا قارنا بين مكونات هذه الخانات الست ومكونات (أو قيم) الخانات الست التي ينبغي أن نبدأ بها عملية القسمة لوجدنا ما يلي:

قيم خانات المقسوم $>$ قيم خانات المقسوم عليه

وهذا يعني أن:

$1\bar{1}01\bar{1}1 > 100\bar{1}1\bar{1}$

ففي حين انعدمت القيمة في الخانتين الخامسة والرابعة من المقسوم عليه نجد الخانة الخامسة في المقسوم سالبة. وهذا يعني أن المقسوم أقل قيمة من المقسوم عليه، الأمر الذي يقتضي إجراء مشابهاً لذلك الذي عهدناه في القسمة العشرية ولإحداث القسمة هنا ينبغي أن نجريها على سبع خانات دفعة واحدة من المقسوم بمقابل ست خانات من المقسوم عليه.

× × ×

وهنا يعترضنا من الناحية الفنية سؤال وجيه:

كيف يمكن تمثيل هذا «الواحد السالب»؟

في حديثنا الموجز عن مكونات العدد الثنائي ذكرنا أنه يتألف من (الواحد) و(الصفر) فقط، لأن هذا يطابق الحالتين المنطقيتين (نعم) أو (لا) ويتماشى تقنياً مع الدارات الكهربائية في الكمبيوتر.

وعلى مستوى ذاكرة الحاسب إما أن تكون الخلية مطفأة أو مضاءة، وهذا يعني أن كل العمليات المنطقية والحسابية خاضعة للحالتين المذكورتين لا غير.

ومن الناحية التقنية لا يمكن استخدام النظام الثلاثي المثنّى في الحاسبات الإلكترونية الحالية. فهذه الحاسبات، كما هو معلوم، مصممة وفق المنطق الثنائي - أو جبر بول: Boolean Algebra.

وحسب مكونات النظام الجديد، وهي (1,0,1-)، ينبغي إجراء تعديلات تقنية في الحاسبات الإلكترونية المستخدمة حالياً بحيث تستجيب للمنطق الثلاثي الذي يتأسس عليه هذا النظام.

وفي بحثه « طريقة جديدة للآلات الحاسبة الإلكترونية » أفرد العالم العربي السوري خير الدين حقي مئة وسبع عشرة صفحة لعرض أولياته ونتائجه وتطلعاته التقنية والتي انتهى فيها إلى النتيجتين التاليتين:

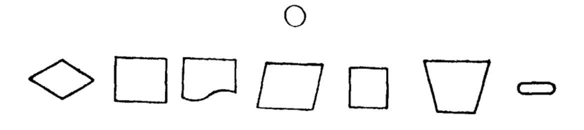
أولاً: تحديد مقدمات المنطق الثلاثي وفق المعادلات الرياضية التي صاغها المرجع العربي الكبير في « جبر بول » العلامة خالد الماغوط*.

وثانياً: وَضَع تصوراً تقنياً للجهاز المعدل، وظائفه ومخططاته ومكوناته، كما يتضح في البحث المذكور.

وعلى الرغم من أن الباحث قد لمس بنفسه بعض الصعوبات التقنية - ولا أقول العيوب - إلا أن المشكلة التي يبدو أنه ظل يعاني منها منذ عام ١٩٦٧ إلى يوم الناس هذا تتجلى في غياب الفعل العربي الرسمي لإذابة معضلات البحث العلمي.

وعند هذه النقطة لا يسعنا إلا أن نقول:

لقد كان تأسيس الخوارزمي للنظام العشري نهاية لعصور من الإضطرابات الرياضية الحسابية وبداية لعصر عربي عبقري في الرياضيات، ونتمنى أن يكون النظام الثلاثي المثنّى بشارة ووعداً بعصر علمي جديد يقف فيه العرب على مستوى المشارك في التاريخ المعاصر لحضارة الإنسان.



(*) عن معادلات العلاّمة ماغوط راجع من صفحة (٨٠) إلى صفحة (٨٦). وللوقوف على مخططات وشروح العلاّمة حقي للجهاز المعدل راجع من صفحة (١٠٠) إلى صفحة (١٤٨) - بحوث أسبوع العلم الثامن، الكتاب الثاني - عام ١٩٦٧ (دمشق).



الباب الثاني

بناء أنظمة العد وتعميم حالاتها

□ يستطيع المتأمل في أنظمة العد، بعهديها القديم والحديث، أن يستخرج بنفسه الملاحظات التالية:

أولاً: إحتاج الإنسان قبل ظهور عصر الخوارزمي إلى أكثر من ألفي عام لكي يضع لنفسه رموزاً أو حروفاً رقمية في الحدود التي بلغتها آفاقه وتطبيقاته العملية.

ولذلك برزت أمامنا مدوّنات رقمية لا تتخطى عدة ملايين. وعلى وجه الخصوص المدوّنات اليونانية والرومانية؛ بإعتبارهما آخر العهود القديمة.

ثانياً: بظهور عصر الخوارزمي خطا الإنسان خطوات واسعة رصينة بإتجاه «النظام الواحد».

فأمام «التعدد» الذي لمسناه في مختلف أنظمة العد العالمية والإنقطاع الحضاري شبه التام بين تجارب الشعوب الإنسانية، جاء النظام العشري «ليصبح قاعدة» أساسية توحّد أفكار الإنسان الحسابية، بصرف النظر عن وطنه أو جنسه أو لغته..

ومن الناحية الفلسفية فتح نظام الخوارزمي نافذة كونية في الأفق الإنساني لها قابلية نقل التأثيرات المتبادلة بين مختلف بني البشر.

ثالثاً: وعلى الرغم من ظهور أنظمة عددية أخرى غير «النظام الخوارزمي» وخاصة في القرنين الأخيرين - إلاّ أن نظام الخوارزمي هو مرجعها الأول والأخير - كما لاحظناه في أنظمة العد التالية: الثنائي، والثماني، والسداسي عشر، والثلاثي المثنى.

رابعاً: وكما مر معنا إحتاج الإنسان الى عصور لكي يتوصل الى نظام عددي رصين.. غير أن المسألة «البنائيّة» لم تعد مشكلة في هذا العصر، بل ولا تحتاج إلى كل هذه العصور الطويلة.

وبإمكان أي إنسان أن يبني لنفسه «نظاماً خاصاً به» - ربما لغرض الإكتشاف العلمي، أو لذلك الغرض الذي يدفع بعضهم إلى التهرب من الضرائب وإخفاء الحسابات الحقيقية في الدفاتر السنوية. ولكن:

□□كيف يُبنى النظام العددي؟

لنفترض أن لدينا مسألة أو قضية لها المعطيات الكافية التالية:

- حين دخل الطفل (سين) إلى المدرسة كان عمره عشر سنوات. وبعد استمراره في المدرسة مدة اثنين وعشرين سنة قبل في كلية جامعية ـ أي أن عمره حين دخل الجامعة (٣٢) سنة . وتخرج في الكلية عن عمر يبلغ (٤١) سنة . وتزوج عن عمر مئة (١٠٠) سنة . وتوفي وهو في العمر (٢٤٠) سنة . .

□ وحتى ندرك الكيفية التي تؤسس عليها الأنظمة العددية لنحاول أولاً أن نستخرج النظام العددي «المتضمن» في المسألة السابقة.

وفي كل محاولات الإستخراج لا بد من ملاحظة أمرين أساسيين:

أولهما: معطيات المسألة.

ثانيهما: نتائج «الإرجاع» النظري الذي نقوم به؛ بالمقارنة بين منطق أعداد النظام المجهول أو معطياته ومنطق ما يقابل ذلك من النظام العشري.

فالمنطق البشري المعاصر يدلنا على إستحالة وقوع الوفاة في العمر (٢٤٠) سنة.

إذن.

لا بد من البحث عن « وحدة » رقمية منطقية تنفذ بنا « من » العمر الذي دخله الطفل في المدرسة « إلى » ذلك العمر الذي توفاه الله فيه. ولكن.

ما هي هذه « الوحدة »؟

هل كل عشر سنوات لدينا تقابل سنة أو.. (ص) لديه؟. هل كل خمس سنوات لدينا هي عشر في النظام المجهول؟. هل الحقيقة أقل أم أكثر؟.

واضح أن المناقشة تنطلق بالدرجة الأولى من إمكانية « ضغط » عمر الوفاة الغريبة جداً في نظامنا الخوارزمي.

وباستعادة بسيطة لمعطيات النظام العشري في المسائل المماثلة نجد « الخمسة » وحدة رقمية معقولة.. ففي حياتنا المعاصرة يدخل الطفل المدرسة في الخامسة أو أكثر قليلاً.. أو كذلك أقل قليلاً..

ولنجرِّب « الخمسة » أولاً..

- كل « عشر سنوات » في النظام المجهول هي عبارة عن « خمس سنوات » في نظامنا... وبدون أجزاء.
- وكل « ٢٢ » سنة هي عبارة عن (٢ × ٥) سنة، بالإضافة إلى جزئين.

وهكذا دواليك حتى نصل الى عمر الوفاة.

وهذه هي النتائج مدونة في الجدول التالي:

المعطيات	الوحدات	الأجزاء
١٠	٥	صفر
٢٢	٥×٢	جزءان
٣٢	٥×٣	جزءان
٤١	٥×٤	جزء واحد
١٠٠	٥×٥	صفر
٢٤٠	٥×١٤	صفر

وهكذا نجد أنه كان من المنطقي أن نعامل « الخمسة » كعشرة تماماً.

ولكن.

هل صحيح أن (٥×١٤ = ٧٠) سنة في النظام العشري تقابل (٢٤٠) سنة في النظام المجهول؟

□□ لقد كان بإمكاننا أن نلجأ إلى طريقة « الإرجاع » المشروحة في الفصل الثاني من الكتاب، ونعتبر « أساساً » موحداً للقيم السنوية المعطاة.

وحيث أن « الخمسة » هي المفترضة - وهي التي بدورها أيضاً قادتنا إلى نتائج منطقية كأن يموت الشخص في السبعين مثلاً، لنستكمل عملية اختبار النظام الخماسي.

وإستناداً إلى طريقة الإرجاع نكتب ما يلي:

$$(٢٤٠)_{٥} = ٠ \times ٥^{٠} + ٤ \times ٥^{١} + ٢ \times ٥^{٢}$$

= صفر + ٢٠ + ٥٠ = ٧٠ سنة.

وحسب طريقة الإشتقاق التي سبق شرحها في الباب الأول من الفصل الثاني أيضاً، يمكن البرهان على أن (٧٠) في النظام العشري تقابل (٢٤٠) في الخماسي.

والآن. لنتوقف عند هذا السؤال:

لماذا اخترنا النظام الخماسي؟.

حتى ندرك أهمية إفتراضنا وإختيارنا لنجرّب أساساً آخر غير « الخمسة ».. ولتكن « السبعة » مثلاً.

وحسب طريقة الإرجاع نكتب ما يلي:

$$(٢٤٠)_{٧} = ٠ \times ٧^{٠} + ٤ \times ٧^{١} + ٢ \times ٧^{٢}$$

= صفر + ٢٨ + ٩٨ = ١٢٦

وهكذا نجد أن الأساس الجديد - أي سبعة - يفضي بنا إلى عمر وفاة قدرها (١٢٦) سنة. وهو عمر بعيد عن المنطق المتداول. ولذلك فإن إختيارنا للنظام الخماسي كان معقولاً جداً.

ولكن.

ما هو هذا الخماسي؟. وما هي مكوّناته؟.

النظام الخماسي هو عبارة عن نظام عددي جديد أساسه « الخمسة »، ومكوناته هي: (الصفر، والواحد، والإثنان، والثلاثة، والأربعة).

* * *

والعدد الخماسي (١٠٠٠٠) هو عبارة عن (٦٢٥) في النظام العشري ودليل ذلك ماثل في عملية الإرجاع.

* * *

وبصورة عامة يمكن البرهان على أي نظام جديد وفق الأنساق السابقة. وكذلك يمكن البرهان على صحة الجدول التالي:

«جدول أسس ومكونات الأنظمة العددية»

النظام	الأساس	مكونات النظام
الثنائي	٢ ★	٠ ،١
الثلاثي	٣	٠ ،١ ،٢
الثلاثي المثنى	٣	-١ ،٠٠ ،+١
الرباعي	٤	٠ ،١ ،٢ ،٣
الخماسي	٥	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤
السداسي	٦	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥
السباعي	٧	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦
الثماني	٨ ★	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧
التساعي	٩	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨
العشري	١٠	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩
الأحادي عشر	١١	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠
الثنائي عشر	١٢	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠ ،١١
الثلاثي عشر	١٣	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠ ،١١ ،١٢
الرباعي عشر	١٤	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠ ،١١ ،١٢ ،١٣
الخماسي عشر	١٥	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠ ،١١ ،١٢ ،١٣ ،١٤
السداسي عشر	١٦	٠ ،١ ،٢ ،٣ ،٤ ،٥ ،٦ ،٧ ،٨ ،٩ ،١٠ ،١١ ،١٢ ،١٣ ،١٤ ،١٥ (F, E, D, C, B, A)

ووفقاً للجدول السابق يمكن بناء أي نظام عددي وتحديد «أساسه»، وإشتقاق مكوناته.

وهذه المكونات - كما سبق شرحها - هي عبارة عن البواقي التي تظهر أمامنا في كل عمليات القسمة.

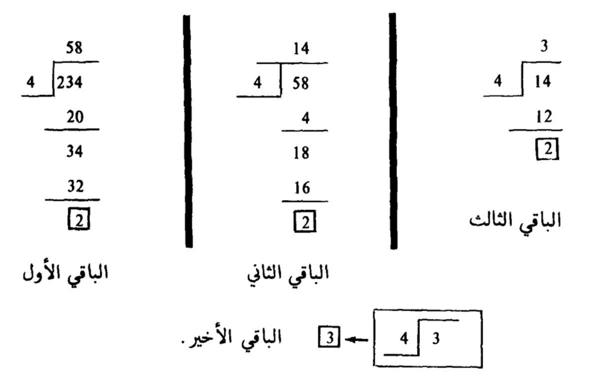
ولنحاول الآن ترسيخ الأفكار المدونة سابقاً من خلال الأمثلة التطبيقية التالية:

(١) أوجد المقابل العددي التالي:

$$(234)_{10} \longrightarrow (?)_4$$

الحل:

(بإستخدام طريقة البواقي من خلال إجراء عملية الإشتقاق).



التحقق:

$$(234)_{10} \Longleftrightarrow (3222)_4$$

$$(3222)_4 = 2\times4^0 + 2\times4^1 + 2\times4^2 + 3\times4^3$$
$$= 2 + 8 + 32 + 192$$
$$= 234$$

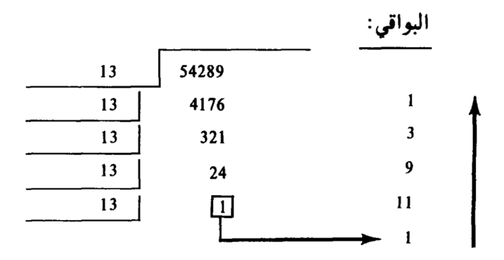
وهو المطلوب.

* * *

(٢) أوجد المقابل في النظام الثلاثي عشر للعدد العشري التالي: (54289).

الحل:

نجري عملية الإشتقاق بطريقة تجميع القسمة وبالتالي تجميع البواقي:



وهكذا نجد ما يلي:

$$(54289)_{10} \Longleftrightarrow (111931)_{13}$$

التحقق:

$$(111931)_{13} = 1\times13^0 + 3\times13^1 + 9\times13^2 + 11\times 13^3 + 1\times13^4$$

$$= 1 + 39 + 1521 + 24167 + 28561$$

$$= 54289$$

وهو المطلوب.

ملاحظة (١):

لجأنا إلى تجميع البواقي منعاً للإطالة وحرصاً على تأمين الترتيب المناسب لبواقي عمليات القسمة.. ويفضل عادة إجراء النتائج بالطريقة التفصيلية ثم تجميعها بعد ذلك. ويوضح التطبيقان الأول والثاني الفرق بين الإتجاهين من جهة وما ينشأ عنهما من تكامل من جهة أخرى.

ملاحظة (٢):

حين حصلنا على المتماثلة العددية في النظامين العشري والثلاثي عشر ينبغي دائماً الإنتباه إلى أن الأرقام الواردة في العدد (111931) ليست غير سلسلة من البواقي ولا يجوز معاملتها أو قراءتها كالأعداد العشرية. وإذا كان الرقم (١) في كل الأنظمة يساوي الواحد لسبب وجيه يمكن الإنتباه إليه في عمليات الإرجاع كافة، إلاّ أن الرقم (١) في أقصى يسار العدد الثلاثي عشر السابق ليس من مرتبة «المئة الف» كما نقول ذلك في الأعداد «العشرية» المماثلة.

★ ★ ★

(٣) برهن صحة المتماثلة التالية:

$$(1112643)_{10} \Longleftrightarrow (5943)_{60}$$

ثم بيّن أن العدد الستيني السابق لا يساوي $(59\ 43)_{60}$.

الحل:

بإمكاننا أن نبدأ بأي طرف من المتماثلة السابقة. ولننطلق حالياً من الطرف الأيسر (بإستخدام البواقي المجمّعة).

		البواقي:
60	1112643	
60	18544	3
60	309	4
60	5	9
		5

وهكذا تتحقق المتماثلة السابقة.

□ وكان بإمكاننا أن نجري عملية إرجاع للطرف الأيمن على النحو التالي:

$$(5943)_{60} = 3 \times 60^0 + 4 \times 60^1 + 9 \times 60^2 + 5 \times 60^3$$

$$= 3 + 240 + 32400 + 1080000$$

$$= 1112643$$

وهو المطلوب.

□□ ولكن. ماذا يحدث لو تأملنا قليلاً في العدد الستيني السابق وأجرينا تجميعاً ثنائياً لأرقامه على النحو التالي:

$$(59\ 43)_{60} \text{———} ?$$

ثم شرعنا في عملية الإرجاع معتبرين العددين (43) و (59) من مكونات النظام الستيني - وهو صحيح تماماً.

الإرجاع:

$$(59\ 43)_{60} = 43 \times 60^0 + 59 \times 60^1$$

$$= 43 + 3540$$

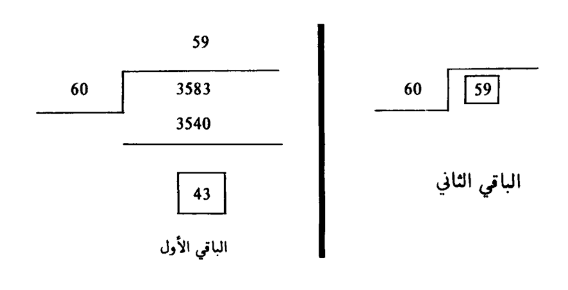
$$= 3583$$

وهكذا نجد أن النتيجة العشرية هي غير تلك المدونة في الطرف الأيسر من المتماثلة السابقة.

وهكذا نجد ما يلي:

$$(5943)_{60} \not\Leftrightarrow (59\ 43)_{60}$$

وللتحقق من هذه النتيجة الجديدة لنشتق العدد الستيني المقابل للعدد العشري $(3583)_{10}$.



* * *

ملاحظة (٣):

يستفاد من العمليات السابقة أن هناك ضرورة لتدوين أو قراءة البواقي بحيث لا يختلط علينا الإرجاع فيؤدي العدد الواحد في النظام (س) إلى أعداد متخالفة في العدد العشري. وتظهر خطورة ذلك حين يصعد الأساس الى المئات.

وما تم تجميعه ثنائياً في المثال السابق من الممكن أن «يُحزم» ثلاثياً ورباعياً.. الخ.

وأمام الإختلاط الذي يمكن أن ينشأ في الأنظمة العددية العالية الأساس نلاحظ أن الإنسان في هذا العصر لا يكاد يستخدم غير الأنظمة العددية الأربعة التالية: الثنائي، والثماني، والسداسي عشر، بالإضافة إلى «العشري» - ذلك المرجع الحاسم للإدراك الحسي الرقمي عند بني البشر كافة.

وإذا كان الإنسان القديم قد وقفت «آفاقه» الحسابية عند عتبات حياته العملية المحدودة فأسهم في تحقيق عدد لا بأس به من «الأفكار الحسابية»، إلاّ أن إنسان القرن العشرين لم يعد مؤطراً بالحياة العملية وإكتشاف أدوات «الضرورة» - كما لاحظناه ونلاحظه كل يوم. فأفق الإنسان في هذا العصر كاد أن يكون نوعياً. ويكفي أن نتأمل قليلاً في التطبيقات الحسابية الفلكية لنلحظ ما طرأ من متغيرات «حادة» في طبيعة التعامل مع الأبعاد والمسافات والسرعات والكتل.

ولعل هذا «التعامل الفلكي» مع الأرقام سبب دعوة الكثيرين الى البحث عن أنظمة عددية «سحرية»؛ أو قادرة على «إمتصاص» هذه التعقيدات الرقمية الملموسة في علوم الكون.

ولا شك أن جانباً من تلك الدعوة قد نجح بشكل ملحوظ، كما نجد ذلك في المصطلحات الفلكية المخترعة من أمثال: البعد بين الأرض والشمس كواحدة للمسافات (ضمن المجموعة الشمسية)، و«السنة الضوئية» كواحدة للمسافات الخارقة في عالم النجوم والمجرات.. أو حتى في إعتبار «سرعة الضوء» في الفراغ كواحدة للسرعات الكونية..

ولكن هذه الإعتبارات الفلكية ليست غير رموز لا تشكل مدخلاً لنظام عددي ولا توازي تلك الأبعاد «الرقيقة» في عالم الذرات.

إذن.

لا بد أن يأتي يوم يجد الإنسان نفسه مضطراً الى إختراع حاسبات الكترونية جديدة تتعامل مع الأرقام والأبعاد والكتل الكبيرة والصغيرة بذات السهولة التي نجدها في العمليات الحسابية البسيطة.

ولكن كيف؟. لا بد من «أفق» حسابي جديد يمهد طريق الإنسان في القرون القادمة - إن لم تحدث كارثة الإنقراض المفاجيء للحضارة المعاصرة.

هل يمكن أن ينتصر النظام الثلاثي - المثنى؟.

وهل يمكن أن يظهر عصر جديد نستخدم فيه - على سبيل المثال - المتجهات أو فكرة الأسهم ARROWS للدلالة على الإنتقال من نظام الى آخر، أو من «وحدة» الى أخرى، كما يحدث في علوم الكون كافة.

مثال ذلك أن نقول:

ARROW 53298

فيتم تخزين هذا العدد العشري وفقاً للنظام الثلاثي المثنى، بدلاً من الثنائي وبدون التعليمة السابقة يتم التخزين كما هو سائد حالياً.

أو كأن نقول:

ARROW 89235

فيكون معنى ذلك «الواحد» مخزَّناً في الخلية التي احداثياتها (xi, yi, zi) بدلاً من السائد حالياً.

* * *

وهكذا يتضح أن القضية لم تعد بعيدة المنال كما كان يظن - أو كما حدث في تجارب الحضارات القديمة.

ولكن يبدو أن الصعوبات التي تعترض الإنسان دائماً إنما مصدرها «وعيه بها».

فما كان صعباً ومعقداً في القرون القديمة أصبح بسيطاً وعادياً في حياة إنسان اليوم.

وتلك الصعوبات التي إعترضت طريق العظيم أرخميدس حين وضع كتابه « حسّاب الرمل » محاولاً أن يجد المصطلحات والمدوّنات الرقمية المناسبة لعدد الرمل في الكرة الأرضية، قد إختفت نهائياً ليس في هذا القرن فحسب وإنما في القرون الوسطى على أيدي رجال من أمثال الخوارزمي وثابت بن قرة والكرخي واخوان الصفا* وغيرهم.

★ ★ ★

وبعبارة وجيزة نقول:

إن النظام العددي الذي كانت تحتاج حضارة ما إلى إنجازه وبلورته في عهود طويلة معقدة قد أصبح أمر إنجازه يسيراً على فرد واحد.

ولو لم يكن هذا الفرد قد ظهر قبل أكثر من الف عام لكان طبيعياً أن تختلف الجهود والنتائج، بل وتتحدد المعاملات بين الناس والأمم وفقاً لأنظمتهم الخاصة.

* انظر مصطلحاتهم المختارة في الجزء الأول/ الصفحة «٥٥» من رسائلهم العظيمة .

ملحق

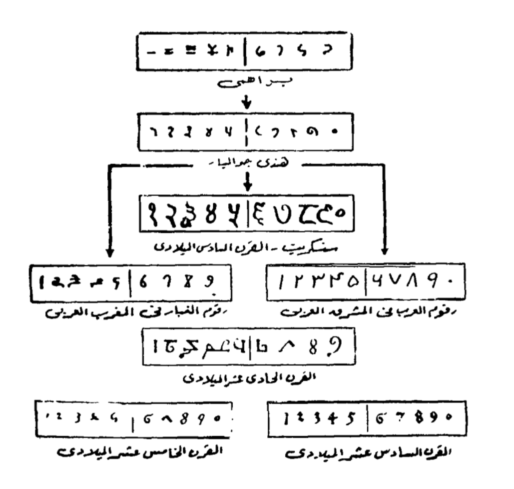
Comparison of Selected Systems of Numerals

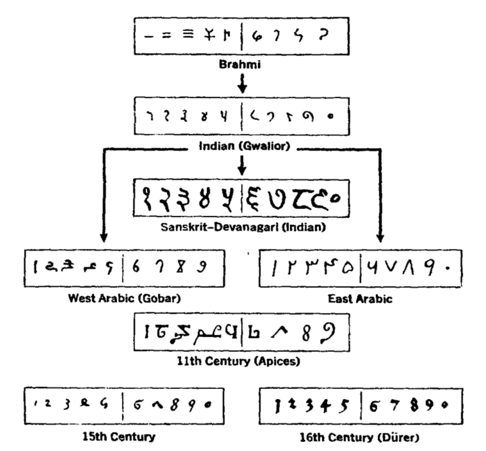
(EUROPEAN)	الأوربي :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
(ARABIC)	العـربي :	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
(DEVANAGARI)	الديفانجاري :	१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
(TIBETAN)	التيبيتي :	༡	༢	༣	༤	༥	༦	༧	༨	༩	༠
(KAṢHMIR)	الكشميري :	𑇑	𑇒	𑇓	𑇔	𑇕	𑇖	𑇗	𑇘	𑇙	•
(BENGALES)	البنغـالي :	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯	০
(SIAMESE)	السيامي :	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๐

عـن « البريتانيكـا »

الرقوم الاوربية المعاصرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
القرن الثالث (ق م)	—	=	≡	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
القرن الأول الميلادي	—	=	≡	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
سنسكريت القرن السادس الميلادي	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]	٥
الشرقي العربي	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٥
الرقوم الغبارية في المغرب العربي	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	6	[illegible]	8	9	0
القرن الحادي عشر الميلادي	1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	8	9	

شكل (٢)





Genealogy of our digits Following Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer* (Gottingen: Vanderhoeck & Ruprecht, 1957–1958, 2 vols), II, 233

أخذ علماء العرب في الحساب منذ القرن الثالث للهجرة (التاسع للميلاد) يستبدلون بحساب الجمل أسلوب حساب الهند الغباري

وتطورت صور الحروف التي ترمز إلى الأعداد التسعة على خلاف بين المشرق والمغرب متناهية إلى سلسلتين متباينتين - وعند الحكيس لا [illegible] أخذوا صور الأرقام الغبارية وأسموها (الأرقام العربية)

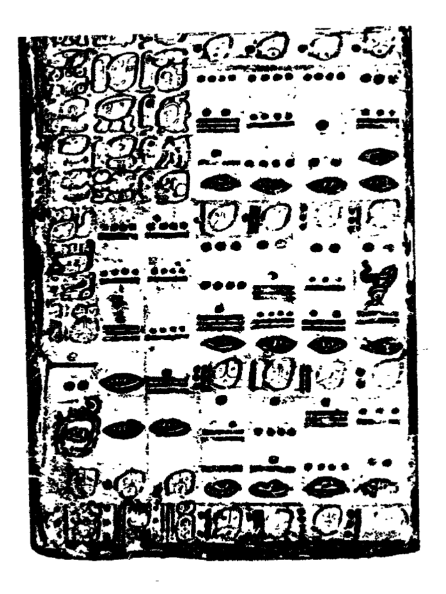
ما تناهت إليه صور الأرقام التسعة والصفر في المشرق	مخطوطات مختلفة	الجبر والمقابلة [illegible] ٦٥٢ هـ	المغني [illegible] البغدادي ٦٢٩ هـ	حساب الهند [illegible] ٢٥٠ هـ	طرائف الحساب [illegible] ٢٦٤ هـ	الفصول [illegible] ٢٤١ هـ	الجبر والمقابلة للخوارزمي ٢٢٢ هـ	الحروف الأبجدية في حساب الجمل	مفتاح [illegible] ٦٠١ هـ	[illegible] ٧٢١ هـ	[illegible] ٨١٠ هـ	شرح [illegible] ٨٦٨ هـ	[illegible] ١٠٠٠ هـ	الأرقام [illegible] في الموسوعات الأجنبية	مخطوطات مختلفة	ما تناهت إليه صور الأرقام التسعة والصفر في المغرب
١		١	١	١	١	١	١	ا . ا . ا	1	1	1	1	1	1		1
٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢	ب . ب . ب	2	2	2	2	2	2	2	2
٣	٣ ٣	٣	٣	٢	٣	٣	٣	ج . ج . ج	3	3	3	3	3	3	3 3	3
٤	٤ ٤	٤	٤	٤	٤	٤		د . د . د	4	4	4	4	4	4		4
٥	٥ ٥	٥	٥	٥	٥	٥	٥	ه . ه . ه	5	5	5	5	5	5		5
٦		٦	٦	٦	٦	٦		و . و . و	6	6	6	6	6	6		6
٧		٧	٧	٧	٧	٧		ز . ز . ز	7	7	7	7	7	7		7
٨		٨	٨	٨	٨	٨		ح . ح . ح	8	8	8	8	8	8	8 8	8
٩		٩	٩	٩	٩	٩		ط . ط . ط	9	9	9	9	9	9		9
٠	٥ ●	.	٥	.	.	★		صفر	0	0	0	0	0	0		0

تاريخ علم الحساب عند العرب - لوحة رقم ٤

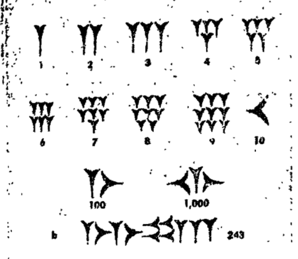
الدكتور عدنان الخطيب دمشق ١٣٩٥هـ ١٩٧٥م

لوحة المقارنة التي نشرها د. عدنان الخطيب عن الأرقام المشرقية والمغربية

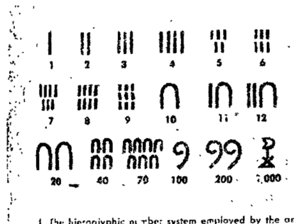
سورياني	بالميراني	فينيقي	هيراطيقي	هيروغليفي	اوروبي حديث
/	/		[illegible]	|	1
/	//	||	[illegible]	||	2
//	///	|||	[illegible]	|||	3
[illegible]	////	\\\|||	[illegible]	||||	4
[illegible]	[illegible]	|| |||	[illegible]	|| |||	5
[illegible]	/y	||| |||	[illegible]	||| |||	6
[illegible]	//y	\\\||| |||	[illegible]	||| ||||	7
[illegible]	///y	|| ||| |||	[illegible]	|||| ||||	8
[illegible]	////y	||| ||| |||	[illegible]	||| ||| |||	9
7	¬	¬	[illegible]	∩	10
7	/¬	/¬	[illegible]	|∩	11
[illegible]	////y¬	||| ||| |||¬	[illegible]	|||||||||∩	19
o	3	o 3 z, =	[illegible]	∩∩	20
/o	13	=	[illegible]	|∩∩	21
7o	¬3	¬H	[illegible]	∩∩∩	30
oo	33	HH	[illegible]	∩∩∩∩	40
7oo	¬33	¬HH	[illegible]	∩∩∩∩∩	50
ooo	333	HHH	[illegible]	∩∩∩ ∩∩∩	60
7ooo	¬333	¬HHH	[illegible]	∩∩∩ ∩∩∩∩	70
oooo	3333	HHHH	[illegible]	∩∩∩∩ ∩∩∩∩	80
7oooo	¬3333	¬HHHH	[illegible]	∩∩∩ ∩∩∩ ∩∩∩	90
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	100
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	200
[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	300



كل عمود من الأعمدة السبعة في هذه اللوحة
يمثل عدداً ماياوياً



3 a the Babylonian cuneiform equivalents for 1-10, 100 and 1,000; b how the number 243 would be written.



4 The hieroglyphic number system employed by the ancient Egyptians; it served them for decorative purposes



5 How the number 527 would be written in the Egyptian hieroglyphic system. This is called an additive system



6. Hieroglyphic numbers were used in monuments such as the characteristically Egyptian obelisk illustrated above.

حروف الجمل	عربية حديثة	عربية قديمة	سلافية جلاجوليتزا	سلافية كيريلتزا	أرقام قبيلة مايا القديمة	صينية تجارية	صينية قديمة	رومانية	اغريقية ايونية	اغريقية اتيكية	بابلية	مصرية	أوروبية (عربية)
	٠	•			𝋠	○							0
ا	١	١	Ⰰ	а̄	•	〡	一	I	ᾱ	I	▼	I	1
ب	٢	٢	Ⰱ	в̄		〢	二	II	β̄	II	▼▼	II	2
ج	٣	٣	Ⰲ	г̄	•••	〣	三	III	γ̄	III	▼▼▼	III	3
د	٤	۴	Ⰳ	д̄	••••	〤	四	IV	δ̄	IIII	▼▼▼▼	IIII	4
ه	٥	۵	Ⰴ	є̄	—	〥	五	V	ε̄	Γ	▼▼▼▼▼	IIIII	5
و	٦	۶	Ⰵ	ѕ̄	• —	〦	六	VI	ϛ̄	ΓI	▼▼▼▼▼▼	IIIIII	6
ز	٧	٧	Ⰶ	з̄	•• —	〧	七	VII	ζ̄	ΓII	▼▼▼▼▼▼▼	IIIIIII	7
ح	٨	٨	Ⰷ	ӣ	••• —	〨	八	VIII	η̄	ΓIII	▼▼▼▼▼▼▼▼	IIIIIIII	8
ط	٩	٩	Ⰸ	ѳ̄	•••• —	〩	九	IX	θ̄	ΓIIII	▼▼▼▼▼▼▼▼▼	IIIIIIIII	9
ي	١٠	١٠	Ⰹ	ī	=	十	十	X	ῑ	Δ	◄	∩	10
يه	١٥	١٥	ⰊⰄ	īє	≡	十 〥	十 五	XV	ιε	ΔΓ	◄▼▼▼▼▼	∩IIIII	15
ك	٢٠	٢٠	Ⰻ	к̄	𝋠•	〢 十	二 十	XX	κ̄	ΔΔ	◄◄	∩∩	20
ل	٣٠	٣٠	Ⰼ	л̄		〣 十	三 十	XXX	λ̄	ΔΔΔ	◄◄◄	∩∩∩	30
م	٤٠	٤٠	Ⰽ	м̄		〤 十	四 十	XL	μ̄	ΔΔΔΔ	◄◄◄◄	∩∩∩∩	40
ن	٥٠	٥٠	Ⰾ	н̄		〥 十	五 十	L	ν̄	𐅄	◄◄◄◄◄	∩∩∩∩∩	50
س	٦٠	٦٠	Ⰿ	ѯ̄		〦 十	六 十	LX	ξ̄	𐅄Δ	▼	∩∩∩∩∩∩	60
ع	٧٠	٧٠	Ⱀ	ō		〧 十	七 十	LXX	ō	𐅄ΔΔ	▼◄	∩∩∩∩∩∩∩	70
ف	٨٠	٨٠	Ⱁ	п̄		〨 十	八 十	LXXX	π̄	𐅄ΔΔΔ	▼◄◄	∩∩∩∩∩∩∩∩	80
ص	٩٠	٩٠	Ⱂ	ч̄ ч̄		〩 十	九 十	XC	ϟ̄	𐅄ΔΔΔΔ	▼◄◄◄	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	90
ق	١٠٠	١٠٠	Ⱃ	р̄		百	百	C	ρ̄	H	▼▬	𓍢	100
ر	٢٠٠	٢٠٠	Ⱄ	с̄					σ̄				200
ش	٣٠٠	٣٠٠	Ⱅ	т̄					τ̄				300
ت	٤٠٠	٤٠٠	Ⱆ	ѵ̄				CD	ῡ				400
ث	٥٠٠	٥٠٠	Ⱇ	ф̄		〥 百	五 百	D	φ̄	𐅅	▼▼▼▼▼▼▬	𓍢𓍢𓍢 𓍢𓍢	500
خ	٦٠٠	٦٠٠	Ⱈ	х̄				DC	χ̄				600
ذ	٧٠٠	٧٠٠	Ⱉ	ѱ̄					ψ̄				700
ض	٨٠٠	٨٠٠	Ⱋ	ѡ̄					ω̄				800
ظ	٩٠٠	٩٠٠	Ⱌ	ц̄				CM	ϡ̄				900
غ	١٠٠٠	١٠٠٠	Ⱍ	҂а̄		千	千	ↀ	,ᾱ	X	▼◄▬	𓆼	1000
	١٠٠٠٠	١٠٠٠٠		Ⓐ		万	萬		M̈	M	◄◄▼▬	𓂭	10000

فهرس

	ص
□ **الفصل الأول :**	
ـ أنظمة العد في الحضارات القديمة	٥
ـ نظام العد عند المصريين القدماء	٩
ـ نظام العد البابلي	١٤
ـ اليونان	١٩
ـ المرحلة الأيونية	٢١
ـ نظام العد الروماني	٢٤
ـ نظام العد عند المايا	٢٥
ـ نظام العد الصيني	٢٨
ـ نظام العد اليمني	٣١
ـ نظام العد العربي ومشكلة الأرقام الهندية	٣٩
□ **الفصل الثاني :**	
ـ أنظمة العد في الحاسبات الالكترونية	٥٣
ـ الباب الأول ـ النظام الثنائي	٥٥
ـ العمليات الحسابية الأساسية	٦١
ـ النظام السداسي عشر	٧٠
ـ النظام الثماني	٧٣
ـ التحويل بين الأنظمة المختلفة	٧٥
ـ النظام العشري المرمز ثنائياً	٨٥
ـ عيوب النظام الثنائي	٨٧
ـ الباب الثاني ـ بناء أنظمة العد وتعميم حالاتها	١٠٩

هذا الكتاب

كتب هذا الكتاب بمنهجين تكامليين: تاريخي وتعليمي.

في الفصل الأول حاول المؤلف أن يغطي، بلغة موجزة تطمح إلى الدقة، أنظمة العدّ في المدنيّات الحضارية التالية: سومر، وبابل، ومصر القديمة، والمايا، واليمن، وتدمر، والصين، والهند، واليونان والرومان.

وبشيء من التفصيل عالج المؤلف تلك المشكلة المعروفة بالأرقام الهندية، مؤكداً في النتائج الأخيرة على أن الأرقام (المشرقية والمغربية) عربية المولد والنسب.

وفي الفصل الثاني غطّى المؤلف ومن خلال الشروح والأمثلة والتمارين المحلولة الأنظمة العددية المستخدمة في الحاسبات الألكترونية، وهي: الثنائي البحت، والثنائي المطور أو المضغوط، والثماني، والسداسي عشر، فضلاً عن نظام عددي جديد لم يسبق أن «تبنّى» عرضه مؤلّف عربي أو أجنبي منذ اختراعه قبل خمس عشرة سنة من قبل العالم العربي السوري خير الدين حقي، وهو النظام الثلاثي المثنّى.

إن هذا الكتاب محاولة تطمح إلى تأسيس نواة تاريخ لأنظمة العدّ عبر العصور. وفي الأحوال كافة لا يمكن للمحاولة أن تصبح جهداً علمياً أكيداً إلا بعد أن تصقلها آراء المتابعين لتاريخ العدّ والتطورات الرياضية.

مطابع ألف باء الأديب
دمشق